

№ 4<sup>+0</sup>  
2015

[38]

# ИЗВЕСТИЯ

научно-технический журнал

ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРНОЙ ФИЗИКИ



оценка  
инновационного  
потенциала  
научноградов

механизм  
управления скоростью  
передачи сообщений

разработка алгоритмов оптимизации  
систем стабилизации  
агрегированных регуляторов

анализ  
эффективности  
тестово-кодовой  
коррекции  
ошибок  
оперативных  
запоминающих  
устройств

оценка живучести  
летательных  
аппаратов в полете





**В НОМЕРЕ**

**ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И  
ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ**

- 3** Н.М. Емелин. Анализ и синтез систем обеспечения надежности информационно-управляющих систем (марковский подход)
- 10** А.В. Зайцев, С.В. Канушкин, А.В. Волков, Тое Вэй Тун, А.С. Бутранов. Разработка алгоритмов оптимизации систем стабилизации методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов
- 13** Б.Ф. Безродный, Д.В. Смирнов, С.А. Майоров. Оценка вероятностей ошибок при отбраковке электронных компонентов при импортозамещении

**РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ**

- 19** М.Ю. Попов. Механизм управления скоростью передачи сообщений как подход к снижению гарантированного времени доведения в односторонней циркулярной радиосети оповещения
- 25** В.А. Цимбал, А.К. Бернюков, Т.А. Исаева, И.А. Якимова, Е.А. Шуточкин, М.С. Ковалёв, С.В. Рябцев. Оценка своевременности доставки многопакетных сообщений в TCP-соединении VPN MPLS-сети
- 31** Д.А. Ковальков. Метод моделирования самоподобных процессов в телекоммуникационных системах
- 36** Д.В. Смирнов, С.С. Чайков, С.А. Бекренёв. Нахождение оптимальных параметров подсистемы кадровой синхронизации с временным разделением каналов и ШПС-ФМ синхросигналами в сети радиосвязи метрового диапазона с подвижными объектами
- 41** Е.Н. Косяков, Н.В. Селезнев, Д.Р. Уткин. Алгоритм расчета параметров функционирования сети связи специального назначения при обслуживании нестационарного трафика с учетом задержки при управлении

**ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ**

- 47** А.А. Павлов, И.В. Роберт, А.Н. Царьков, С.Н. Рягин, Д.Е. Сорокин, Д.Д. Иванов, Д.С. Кудрявцев, А.С. Бутранов. Анализ эффективности тестово-кодовой коррекции ошибок оперативных запоминающих устройств
- 58** Е.О. Карпунин. Эффективность противодействия угрозам безопасности информационных процессов при использовании различных методов межуровневой оптимизации и усовершенствованной архитектуры стека протоколов
- 64** Ю.Л. Шиколенко, Д.Г. Лапин, А.Н. Антонович, И.С. Овчинников, А.А. Петрушин, Д.А. Кожурякин. Электрофизические механизмы отказов ячеек flash-памяти
- 71** Г.Г. Волков, С.В. Смуров, Н.С. Кукин, А.Р. Мурадова, И.О. Глотова. Математические вопросы расширения основ квантовых теорий
- 85** О.П. Кузнецов, А.А. Коробков, А.И. Алаторцев, А.Н. Фуров. Методический подход к автоматизации процесса получения адекватных оценок живучести гиперзвуковых летательных аппаратов в полете
- 90** А.Н. Васильев, С.В. Смуров, П.А. Семёнов, Н.С. Кукин, А.Р. Мурадова, И.О. Глотова. Определение основных параметров квантовой системы передачи информации на основе интерферометра
- 95** В.Г. Грибунин, Д.А. Токарев. О методах помехоустойчивого внедрения цифровых водяных знаков в изображения

**ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ**

- 102** Н.М. Емелин, В.О. Мелихов. Многоуровневая оценка инновационного потенциала наукоградов

**НАУЧНЫЕ ОБЗОРЫ • НАУЧНЫЕ РЕЦЕНЗИИ • ОТЗЫВЫ**

- 107** В.В. Зеленевский, В.А. Прасолов. Исследования помехоустойчивости систем передачи информации в Институте инженерной физики

**108 СОБЫТИЯ**

**109 AUTHORS**

**Научно-технический журнал**

**ИЗВЕСТИЯ  
Института инженерной физики  
№4(38)2015**

Издается с апреля 2006 г. Выходит ежеквартально

Решением Президиума ВАК включен в  
«Перечень ведущих рецензируемых  
научных журналов и изданий»

**Главный редактор, председатель  
редакционного совета  
и редакционной коллегии**

**Алексей Николаевич Царьков**  
Президент – Председатель Правления МОУ «ИИФ»,  
заслуженный деятель науки РФ,  
доктор технических наук, профессор

**Редакционный совет**

**Геннадий Иванович Азаров**  
заместитель генерального директора – директор  
Департамента телекоммуникационных систем  
ФГУП «ЦНИИ ЭИСУ»,  
заслуженный деятель науки РФ, заслуженный  
изобретатель РФ, лауреат Государственной  
премии РФ, лауреат премии Правительства РФ,  
доктор технических наук, профессор

**Сергей Владимирович Дворянкин**  
начальник департамента Государственной  
корпорации «РОСТЕХ» ОАО КРЭТ,  
доктор технических наук, профессор

**Анатолий Анатольевич Донченко**  
заместитель начальника Главного научно-  
исследовательского испытательного центра  
робототехники по научно-исследовательской и  
испытательной работе Министерства обороны РФ,  
доктор технических наук, профессор

**Николай Михайлович Емелин**  
заместитель директора ФГБНУ «Госметодцентр»  
по научной работе,  
заслуженный деятель науки и техники РСФСР,  
доктор технических наук, профессор

**Валерий Иванович Николаев**  
научный референт ОАО «Концерн «Созвездие»,  
доктор технических наук, профессор

**Владимир Георгиевич Редько**  
заместитель руководителя Центра  
оптико-нейронных технологий НИИ  
системных исследований РАН,  
доктор физико-математических наук

**Юрий Александрович Романенко**  
заместитель главы администрации города  
Протвино, заслуженный деятель науки РФ,  
доктор технических наук, профессор

**Анатолий Васильевич Тодосийчук**  
заместитель руководителя аппарата Комитета  
Государственной Думы по науке  
и наукоёмким технологиям,  
почетный работник науки и техники РФ,  
доктор экономических наук, профессор

**Игорь Анатольевич Шеремет**  
заместитель директора Российского фонда  
фундаментальных исследований по науке,  
доктор технических наук, профессор

**Редакционная коллегия**

**Олег Николаевич Андрух**

кандидат технических наук, доцент

**Борис Фёдорович Безродный**

доктор технических наук, профессор

**Сергей Борисович Беркович**

доктор технических наук, профессор

**Владимир Эрнестович Бородай**

кандидат технических наук,

старший научный сотрудник

**Игорь Александрович Бугаков**

заслуженный изобретатель РФ,

доктор технических наук, профессор

**Александр Михайлович Вальваков**

почетный работник науки и техники РФ,

доктор технических наук, профессор

**Вадим Геннадьевич Грибунин**

доктор технических наук

**Сергей Григорьевич Данилюк**

доктор технических наук, профессор

**Владимир Владимирович Зеленевский**

доктор технических наук, профессор

**Николай Николаевич Казаков**

член Союза писателей России

**Олег Павлович Кузнецов**

кандидат технических наук, доцент

**Александр Ильич Куприянов**

доктор технических наук, профессор

**Дмитрий Геннадьевич Митрофанов**

заслуженный изобретатель РФ,

доктор технических наук, профессор

**Роман Леонидович Мусатов**

кандидат технических наук

заместитель главного редактора

**Игорь Павлович Новожилов**

выпускающий редактор

**Игорь Николаевич Оков**

доктор технических наук, профессор

**Владимир Петрович Пашинец**

заслуженный работник высшей школы РФ,

доктор технических наук, профессор

**Валерий Николаевич Умников**

доктор технических наук, профессор

**Дмитрий Вячеславович Смирнов**

доктор технических наук, доцент

**Сергей Владимирович Смуров**

доктор технических наук, профессор

**Владимир Анатольевич Цимбал**

заслуженный деятель науки РФ,

доктор технических наук, профессор

**Сергей Николаевич Шиманов**

почетный радист РФ,

доктор технических наук, профессор

ISSN 2073-8110

Учредитель и издатель – **МОУ «ИИФ»**. Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов, Большой Ударный пер., д. 1а

Подписной индекс: 59190 по каталогу «Научно-технические издания» ОАО «Роспечать»

Адрес редакции: 142210, Московская обл., г. Серпухов, Большой Ударный пер., д. 1а.

Тел: +7(4967)35-31-93, 35-13-71

Факс: +7(4967)35-44-20 <http://www.iifrf.ru>

e-mail: [iifrfinfo@gmail.com](mailto:iifrfinfo@gmail.com) [info@iifrf.ru](mailto:info@iifrf.ru)

Издание зарегистрировано в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия. Свидетельство о регистрации СМИ ПИ №ФС77-26650 от 20 декабря 2006 г.

Отпечатано на полиграфической базе МОУ «ИИФ».

Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов, Большой Ударный пер., д. 1а.

Подписано в печать 15.12.2015. Дата выхода в свет 21.12.2015. Тираж 2000 экз. Цена свободная.

© Межрегиональное общественное учреждение «Институт инженерной физики» (ИИФ), 2015



**Сергей Борисович Беркович**

начальник Управления  
навигационно-геодезических систем  
МОУ «ИИФ»

доктор технических наук, профессор

Уходящий 2015 год для Института инженерной физики был, как и всегда, насыщен научно-техническими достижениями, общественными мероприятиями, а также событиями, в которых тесно взаимоувязаны наука, техника и общественная деятельность.

В преддверии Дня города наш Институт взял шефство над малым ракетным кораблем «Серпухов». Институту оказана существенная материальная помощь: закуплено и передано на корабль необходимая для экипажа корабля оргтехника, электрооборудование, бытовые приборы, спортивный инвентарь, мебель и многое другое.

В январе 2013 года к руководству Института обратились представители ОАО «Зеленодольский завод им. А.М. Горького» с просьбой рассмотреть возможность астрономо-геодезического обеспечения ходовых и государственных испытаний, проходящих в городе Новороссийске, специального оборудования кораблей проекта «Буян-М» – «Серпухов» и «Зеленый дол».

Данное приглашение явилось следствием известности Института как мощного научно-производственного учреждения, которому по силам решать новые задачи в различных областях науки и техники.

Сложность поставленной задачи заключалась в необходимости практически одновременного и комплексного решения следующих научно-технических проблем:

- оценка технического состояния, включая точностные характеристики визуального гирокомпаса;
- создание высокоточного и стабильного полевого пункта эталонирования гирокомпаса непосредственно на причале военно-морской базы города Новороссийска;
- разработка методик определения астрономического азимута выбранных и закрепленных на местно-

сти опорных направлений полевого пункта и выполнение астрономических измерений;

- эталонирование визуального гирокомпаса в полевых условиях;
- выполнение геодезических измерений по определению истинных курсов кораблей.

Необходимо отметить, что немаловажным ограничением являлось и то, что все виды работ должны проводиться непрерывно, а большая их часть в ночное время и под непосредственным контролем военного представительства военно-морской базы.

Немногие предприятия России способны самостоятельно решить все названные задачи комплексно и с требуемым качеством. А наш Институт способен! И решил!

Сотрудниками Управления навигационно-геодезических систем в течение трех недель были успешно решены все задачи, проведены все виды работ, оформлена необходимая документация.

Начальник отдела навигационных технологий и систем, заслуженный работник геодезии и картографии РФ А.Ю. Махаев, который многие годы возглавлял Службу контроля прицеливания и астрономо-геодезического обеспечения штаба РВСН, организовал научно-методическое обоснова-

ние работ по определению высокоточных измерений, лично выполнил все измерения и вычисления по определению астрономических азимутов выбранных и закрепленных на местности опорных направлений.

Начальник отдела геодезического обеспечения и технологических систем А.Н. Фельдшеров и старший научный сотрудник отдела Б.И. Минеев, специалисты с большим войсковым опытом выполнения геодезических работ на «твердой» земле, после эталонирования гирокомпаса в полевых условиях с блеском справились с новой для себя задачей – выполнением высокоточных геодезических измерений на палубе качающегося корабля.

Все выполненные работы обеспечивались техническими мероприятиями, которые выполняли специалисты управления: старший научный сотрудник А.С. Бамбиза, техник-водитель А.В. Китаев, техник С.В. Корнилов и техник-водитель Д.А. Сарапулов.

Командование Черноморского флота, награждая грамотой представителей Института, отметило «золотые руки» наших специалистов, которые дополнительно в качестве шефской помощи отремонтировали и провели необходимые поверки всех геодезических приборов военно-морской базы.



# ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 519.21

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННО- УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ (МАРКОВСКИЙ ПОДХОД)

## ANALYSIS AND SYNTHESIS OF SUPPORT SYSTEMS OF RELIABILITY OF INFORMATION MANAGEMENT SYSTEMS (THE MARKOV APPROACH)

**Николай Михайлович Емелин**

*заслуженный деятель науки и техники РСФСР  
доктор технических наук, профессор*

заместитель директора ФГБНУ «Госметодцентр»  
по научной работе

Адрес: 115998, Москва, ул. Люсиновская, д. 51  
Тел.: +7(499)706-81-24

### Аннотация

Статья содержит методологические основы анализа и синтеза систем обеспечения надежности информационно-управляющих систем с помощью математического аппарата теории марковских процессов и ее приложений.

**Ключевые слова:** анализ, синтез, марковские процессы, динамическое программирование, надежность.

### Summary

This article contains methodological foundations of analysis and synthesis of support systems of reliability of information management systems using the mathematical apparatus of the theory of Markov processes and its applications.

**Key words:** analysis, synthesis, Markov processes, dynamic programming, reliability.

Одной из характерных особенностей современного этапа экономического развития страны является широкое внедрение информационно-управляющих систем (ИУС) в различные отрасли народного хозяйства. Обоснованное задание технических требований к созданию ИУС, включающих как их количественные и качественные характеристики, так и ограничения на технические и экономические показатели, конструктивно-технологические решения, структуру и состав, а также поддержание этих характеристик на требуемом уровне в процессе эксплуатации ИУС в конечном итоге будут определять эффективность их использования.

Важная роль в деле повышения эффективности ИУС во многом определяется их надежностью. Надежность как внутреннее свойство системы закладывается на этапе проектирования, обеспечивается в процессе производства и отработки и реализуется в процессе применения систем по прямому назначению. Высокий уровень надежности ИУС на начальном этапе эксплуатации еще не гарантирует его высокую эффективность в течение всего процесса эксплуатации. В

связи с этим возникает необходимость проведения мероприятий по обеспечению заданного уровня надежности, что требует определенных затрат.

Мероприятия по обеспечению заданного уровня надежности ИУС могут включать в себя непрерывный и периодический контроль их работоспособности, периодические проверки, регламенты, устранение отказов и неисправностей, доработки. От правильности задания параметров, которыми характеризуются эти мероприятия (к примеру, их периодичности, объемы, продолжительности), зависят как уровень надежности ИУС, так и стоимость достижения этого уровня.

Обеспечение требуемого уровня надежности ИУС осуществляется на всех этапах их жизненного цикла, а именно: при создании и эксплуатации.

Первый этап включает в себя следующие стадии: разработка аванпроекта (технических предложений) по созданию ИУС; эскизное проектирование, разработка рабочей документации, изготовление опытных образцов, автоном-

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

ные испытания и корректировка рабочей документации; комплексные испытания; подготовка документации на серийное производство; серийное производство.

Второй этап начинается с монтажных, пусконаладочных работ и испытаний для ввода и последующей эксплуатации ИУС.

Рассмотрим более подробно содержание этих этапов.

На основании фундаментальных поисковых исследований, проводимых заказывающими, проектными и научными организациями, определяются принципы построения ИУС, круг задач и возможные способы их решения. Рассматриваются самые различные варианты ИУС. Даются техническая и экономическая оценки возможности и целесообразности их создания в ближайшие годы. В общем виде вырисовывается облик ИУС, идеология их эксплуатации и обеспечения надежности. На основании полученных результатов заказывающей организацией разрабатывается проект технических требований (ТТ), включая и требования к мероприятиям по обеспечению надежности, в соответствии с которым предполагаемая головная организация проводит проектные разработки, оформляемые в виде аванпроекта или технических предложений.

На стадии эскизного проектирования головная организация согласно аванпроекту разрабатывает для смежных организаций технические задания (ТЗ) на составные части и основные элементы ИУС, параметры системы обеспечения их надежности (СОН). Одновременно идет разработка рабочей документации на опытные образцы. На этом заканчивается собственно проектирование, в ходе которого обосновываются мероприятия, обеспечивающие требуемые значения показателей надежности ИУС. Определяемые аналитическим путем параметры СОН являются существенно приближенными и требуют дальнейшего уточнения.

Изготовление опытных образцов составных частей ИУС важно с точки зрения обеспечения их надежности, так как в этот период отрабатывается технология производства, проверяются и уточняются технические условия на их изготовление и испытание.

Первые опытные образцы как составных частей ИУС, так и ИУС в целом, подвергаются испытаниям возрастающих иерархических уровней. Иерархичность испытаний целесообразна не только в техническом, но и в экономическом плане, так как стоимость обнаружения дефекта при повышении уровня испытаний возрастает приблизительно по экспоненте [1].

После завершения испытаний комиссией принимается решение о приеме ИУС в эксплуатацию. В течение некоторого периода осуществляется ее опытная эксплуатация с целью подтверждения работоспособности и надежности ИУС, отработки стратегий проведения мероприятий, обеспечивающих заданный уровень надежности, и при необходимости корректировки параметров этих мероприятий.

К основным параметрам СОН ИУС можно отнести следующие: виды, периодичность, объем, продолжительность работ технического обслуживания (ТО), полнота и достоверность контроля технического состояния, численность и квалификация исполнителей, стоимость работ. Всю совокупность параметров СОН будем обозначать вектором  $\bar{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . В процессе эксплуатации ИУС проводится контроль ее надежности с последующей, при необходимости, корректировкой параметров мероприятий по обеспечению надежности (к таким мероприятиям можно отнести проведение доработок и модернизаций ИУС). Однако это требует значительных дополнительных экономических затрат. Так, расходы на проведение одной доработки при испытаниях и эксплуатации можно приблизительно охарактеризовать отношением 1:10 [1]. Частично этого можно избежать путем научно-обоснованного принятия решения о параметрах мероприятий, обеспечивающих заданный уровень надежности ИУС [2-5].

Угруппированная схема СОН ИУС в процессе жизненного цикла представлена на *рисунке 1*.

В качестве входных управляющих воздействий на этапе разработки требований к СОН служат требуемые значения показателей эффективности разрабатываемой ИУС, образующие входной вектор  $X_{эф}$ . Выходным вектором, который одновременно будет входным для следующего звена схемы, является множество требуемых значений параметров СОН. На этапе проектирования и производства специалисты предприятий-разработчиков и изготовителей реализуют требуемые значения параметров СОН на опытном образце, в виде вектора параметров  $X_{пр}$ . В процессе отработки опытного образца осуществляется проверка степени реализации вектора  $X_{пр}$ , доведение характеристик до требуемых значений. По результатам отработки ИУС с вектором параметров СОН  $X_{сон}$  передается в эксплуатацию, в процессе которой путем корректировки этих параметров, проведением дополнительных мероприятий по повышению надежности ИУС обеспечиваются требуемые значения показателей эффективности ИУС. На каждом из этапов на значения выходных ха-

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

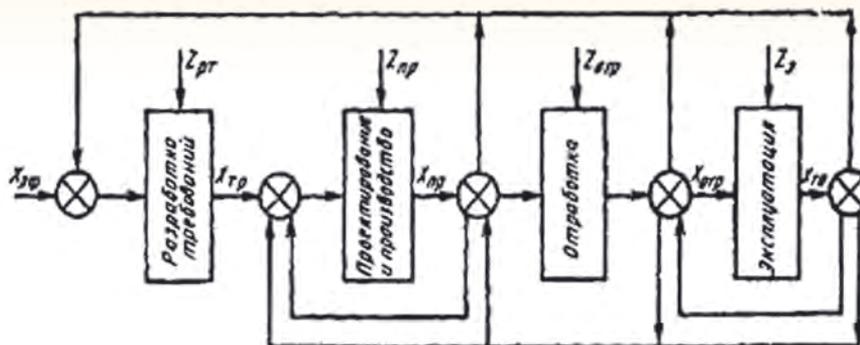


Рис. 1. Укрупненная схема системы обеспечения надежности ИУС

характеристик воздействуют помехи  $Z_{пр}$ ,  $Z_{пр}$ ,  $Z_{отр}$  и  $Z_э$ , носящие случайный характер. Наличие в схеме обратных связей позволяет в процессе всего жизненного цикла ИУС обеспечивать надежность ИУС на требуемом уровне.

Повышая показатели надежности, можно сократить сроки их создания и общую стоимость. В то же время повышение надежности требует дополнительных средств и времени на испытания по надежности. Как мы видим, необходимо принимать компромиссное решение, что является необходимым условием появления задач оптимизации.

Задачи оптимизации характеристик системы поддержания надежности информационно-управляющих систем (ИУС) решаются на различных этапах их жизненного цикла. Так, на этапе разработки технических требований решается задача оптимизации требований к надежности ИУС, на этапе эскизного проектирования ИУС – оптимизация программы поддержания надежности, а на этапе эксплуатации – оптимизация оперативного управления системой поддержания надежности.

Решить одну общую, глобальную задачу оптимизации характеристик поддержания надежности, как показывает опыт, нельзя. Несмотря на кажущуюся строгость и общность постановок, результаты решения являются неудовлетворительными. Дело в том, что к целому ряду параметров критериальные функции и функции ограничений оказываются нечувствительными, т.е. эти параметры практически можно назначать произвольными в такой постановке задачи [5].

Следовательно, необходимо четко определять уровни оптимизируемых параметров системы поддержания надежности ИУС, подбирать чувствительные к ним критерии и ограничения, а общую постановку задачи оптимизации всех параметров системы поддержания надежности заменять серией иерархически связанных задач оптимизации.

Первой, наиболее высокой по иерархическому уровню, является задача оптимизации требований к надежности ИУС. Решается эта задача на этапе разработки технических требований.

В качестве целевой функции примем стоимость  $C$  создания и эксплуатации ИУС в течение гарантийного срока  $T_r$ . Ограничениями будут требования к показателю надежности  $P(t)$  ИУС и допустимому сроку  $T_{дон}$  ее создания.

### Формулировка задачи:

найти такое значение показателя надежности  $P(t)$  разрабатываемой ИУС, при котором в ограниченные сроки  $T_{дон}$  может быть создана ИУС, обладающая в условиях эксплуатации надежностью, не менее требуемой  $P_{тр}$ , при минимальных затратах на ее создание и эксплуатацию в течение  $T_r$  лет.

Математическая постановка задачи в общем виде:

$$\left. \begin{aligned} C[P(t)] &= \min; \\ P(t) &\geq P_{тр}; \\ T &\leq T_{дон} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

При данной постановке задачи показатели надежности предполагаются неизменными в процессе эксплуатации. Это связано с тем, что при решении такой общей задачи, как разработка технических требований, можно использовать лишь осредненные зависимости стоимости от оптимизируемых параметров, учитывающие сложившуюся практику опытной отработки ИУС и их доработки в ходе эксплуатации. Поэтому учет изменения надежности ИУС от времени можно перенести в задачи оптимизации программы поддержания надежности.

Перейдем к постановке второй по иерархическому уровню задачи оптимизации – программы поддержания надежности. Эта задача решается на этапе эскизного проектирования ИУС.

Суть задачи сводится к отысканию вектора параметров  $X_{пр}(t)$ , включающего различные виды контроля, периодичности и объемы всех

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

видов технического обслуживания, чтобы получить оптимальную программу поддержания надежности ИУС,

В качестве целевой функции возьмем стоимость эксплуатации ИУС в течение  $T_r$  лет. Действительно, если состав ИУС выбран на основе решения первой задачи (1), то стоимость разработки и производства, в основном, уже определена. В этих условиях программа поддержания требуемой надежности будет связана с эксплуатационными расходами.

### Постановка задачи:

найти такие значения параметров программы поддержания надежности ИУС, при которых показатель надежности ИУС  $P(t)$  в каждый момент эксплуатации был бы не менее требуемого, а затраты на эксплуатацию  $C_3$  в течение  $T_r$  лет – минимальны.

$$\left. \begin{array}{l} C_3[X_{np}(t)=min;] \\ P(t) \geq P_{тр} \end{array} \right\} \quad (2)$$

Рассмотрим третью по иерархическому уровню задачу оптимизации оперативного управления системой поддержания надежности.

После того, как в результате решения второй задачи (2) найдены оптимальные изменения параметров программы поддержания надежности, они могут рассматриваться как критерии и ограничения при определении оптимального вектора  $X_{oy}(t)$  параметров оперативного управления системой с целью ее поддержания в состоянии, близком к оптимальному.

Параметрами вектора  $X_{oy}(t)$  могут быть параметры, характеризующие технологии проведения проверок и устранения в последующем неисправностей, состав привлекаемых сил и средств, количество сосредотачиваемого ЗИПа и др.

Пусть в результате решения второй задачи найдена программа поддержания надежности ИУС. В качестве критерия возьмем стоимость  $C_{oy}$ , которая зависит от качества оперативного управления, а ограничений - допустимые отклонения показателя надежности  $P(t)$ .

### Постановка задачи:

найти такие значения параметров оперативного управления  $X_{oy}(t)$ , при котором отклонения показателя надежности от требуемого значения будут не более допустимых величин  $\Delta P$  при минимальных затратах на оперативное управление  $C_{oy}$

$$\left. \begin{array}{l} C_{oy}[X_{oy}(t)=min; \\ |P[X_{oy}(t)] - P_{тр}| \leq \Delta P \end{array} \right\} \quad (3)$$

Анализ рассмотренных задач позволяет проследить принцип их расчленения:

1. В каждой последующей задаче решается более частный вопрос, но при более подробном

его описании, что заставляет выбирать менее глобальные и более чувствительные элементы.

Так, в качестве критериев в задачах выступали:

в первой – суммарные расходы на создание и эксплуатацию системы ИУС;

во второй – суммарные расходы только на эксплуатацию;

в третьей – расходы на оперативное управление, как часть расходов на эксплуатацию.

2. Оптимальные параметры, полученные при решении более высокого по уровню задачи, используются в последующей как ограничения.

3. Функции ограничений становятся все более частными.

4. Нельзя решать всеобъемлющие задачи, глобальные, которые могут дать все. Надо решать поэтапно, т.е. по иерархической структуре задач. Идти в решении задач необходимо сверху вниз.

К настоящему времени разработан ряд как аналитических, так и статистических методов, позволяющих рассчитывать как единичные, так и комплексные показатели надежности и оценивать влияние на них параметров систем обеспечения надежности (СОН).

Для построения аналитических моделей использовались различные методы: матричного исчисления и логико-вероятностные, байесовские и минимаксные оценки. Несмотря на то, что в смысле наибольшего приближения к реальности от аналитических методов выгодно отличаются статистические, их целесообразно использовать при исследованиях для замены натурного эксперимента или при отсутствии аналитических моделей, сознавая при этом трудности получения оптимальных решений.

Из аналитических методов наиболее простым и удобным, с точки зрения возможностей анализа СОН, не нарушающим адекватности моделей случайных процессов при некоторых необходимых допущениях, является математический аппарат теории марковских процессов [2]. Основным допущением при построении марковских моделей ИУС является то, что процессы, переводящие ИУС из одного состояния в другое, описываются экспоненциальными зависимостями. Приведем краткое обоснование объективности выбора экспоненциальных законов распределения для описания характерных для ИУС групп потоков: возникновения отказов, их восстановления, вывода ИУС на различные виды контроля и технического обслуживания. Более подробное обоснование можно найти в работах [1, 6].

Описание потоков событий экспоненциальным законом возможно, если эти потоки явля-

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

ются простейшими, т.е. удовлетворяются условия стационарности, ординарности и отсутствия последействия.

С точки зрения стационарности потоков отказов период эксплуатации ИУС обычно подразделяется на три участка: период приработки, период нормальной эксплуатации и период интенсивного износа. Основными причинами, которые вызывают нарушение стационарности потока отказов, являются наличие периода приработки после ввода ИУС в эксплуатацию и влияние постепенных отказов. Внезапные отказы возникают в любой момент после ввода ИУС в эксплуатацию, постепенные же отказы – как правило, после достаточно длительного времени эксплуатации вследствие износа и старения материалов.

Проведением профилактических мероприятий с заменой стареющих элементов можно добиться того, что суммарный поток отказов ИУС будет определяться потоком внезапных отказов, хорошо описываемым экспоненциальными зависимостями. Следует заметить, что ИУС состоит из большого количества элементов, обладающих высокой надежностью, порождающих достаточно большое количество потоков отказов малой интенсивности. Вероятность одновременного появления двух или более отказов за малый промежуток времени близка к нулю, что указывает на ординарность этого потока. Так как параметр потока отказов ИУС несоизмерим ни с одним из параметров потока отказов, входящих в ИУС элементов, можно считать, что потоки отказов элементов ИУС являются независимыми. Более того, в потоке отказов ИУС нет последействия, т.е. появление отказов на одном участке времени эксплуатации практически не меняет вероятности появления какого-либо числа отказов на другом участке.

Используя теорему Пальма-Хинчина, которая утверждает, что если существует достаточно большое количество независимых потоков малой интенсивности, каждый из которых является стационарным и ординарным, то сумма этих потоков образует поток, близкий к простейшему, можно принять допущение о простейшем потоке отказов ИУС.

Что касается потоков восстановления, то при быстром восстановлении отказавших элементов, характерном для ИУС, функция надежности практически не зависит от вида закона распределения времени восстановления, и замена реальных законов экспоненциальным приводит к столь малым погрешностям, что ими можно пренебречь. Это в полной мере относится и к потокам, строго определенным периодичностями

и продолжительностями технического обслуживания и периодических проверок.

Таким образом, с некоторыми допущениями, потоки, переводящие ИУС из одного состояния в другое, можно описывать экспоненциальными зависимостями, а, следовательно, для построения математической модели можно использовать теорию марковских процессов, в частности, получивших широкое применение – процессов с непрерывным временем. Поведение ИУС при таком процессе характеризуется условными интенсивностями переходов  $a_{ij}(t)$ , показывающими интенсивность перехода ИУС из состояния  $A_i$  в состояние  $A_j$  и определяемую как

$$a_{ij} = \frac{P_{ij}}{\mu_i(t)}, \quad (4)$$

где  $\mu_i(t)$  – среднее время пребывания ИУС в состоянии  $A_i$ ;

$P_{ij}$  – вероятность перехода из состояния  $A_i$  в состояние  $A_j$ .

Зная интенсивности переходов, вероятности  $P_i$  нахождения ИУС в момент времени  $t$  в любом из возможных состояний определяются путем решения дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = -\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot P_i(t) + \sum_{j=1}^n a_{ji} \cdot P_j(t) \quad (5)$$

с учетом нормировочного условия

$$\sum_{j=1}^n P_j(t) = 1,$$

где  $n$  – число возможных состояний ИУС;  
 $i = 1, n-1$ .

В стационарном режиме эксплуатации ИУС ( $t \rightarrow \infty$ ) система дифференциальных уравнений (5) вырождается в следующую систему алгебраических уравнений

$$-\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot P_i + \sum_{j=1}^n a_{ji} \cdot P_j = 0, \quad (6)$$

т.к.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dP_i(t)}{dt} = 0$ .

В результате решения системы уравнений (6) можно определить такие параметры системы обеспечения надежности (через которые и вычисляются интенсивности переходов: к примеру, периодичности и продолжительности проведения мероприятий технического обслуживания, периодических проверок и др.), при которых обеспечивается максимальное (или требуемое) значение вероятности состояния (или группы состояний) нахождения ИУС в работо-

# ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

способном состоянии. Кроме этого, решение системы уравнений при различных сочетаниях параметров (интенсивностей переходов) позволит оценить состояние ИУС в области, ограниченной диапазоном возможных изменений параметров, и установить границы их допустимых изменений.

Но будут ли такие параметры системы обеспечения надежности оптимальными? Ответ на этот вопрос можно получить с помощью алгоритма Р. Ховарда [7], являющегося вариантом динамического программирования для марковских моделей. Для использования этого алгоритма необходимо каждому возможному состоянию и переходу марковской модели поставить в соответствие некоторую величину доходов (затрат), обусловленных пребыванием в этих состояниях и возможными переходами из них. Исходными данными для использования алгоритма Р. Ховарда являются число возможных состояний системы; число  $K$  вариантов параметров марковской модели; матрица интенсивностей переходов (для марковских процессов с непрерывным временем), характеризующая интенсивность перехода из  $i$ -го состояния в  $j$ -е состояние при выборе  $K$ -го варианта и составляемая для каждого состояния аналогичная матрица доходов. Оптимальными будут те параметры модели, при которой полный ожидаемый доход будет максимальным.

Методика оптимизации параметров марковских моделей сводится к следующему.

## 1. Подготовка исходных данных.

Исходными данными для решения задачи оптимизации являются:

- число  $N$  возможных состояний системы;
- число  $K$  вариантов параметров марковских моделей;
- матрица  $A^{(K)}$  интенсивностей переходов, характеризующая интенсивность перехода из  $i$ -го состояния в  $j$ -е состояние при выборе  $K$ -го варианта и составляемая для каждого состояния

$$A^{(K)} = \begin{pmatrix} a_{i1}^{(1)} & a_{i2}^{(1)} & \dots & a_{iN}^{(1)} \\ a_{i1}^{(2)} & a_{i2}^{(2)} & \dots & a_{iN}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1}^{(K)} & a_{i2}^{(K)} & \dots & a_{iN}^{(K)} \end{pmatrix} \quad (7)$$

аналогичная матрица  $D^{(K)}$  доходов

$$D^{(K)} = \begin{pmatrix} d_{i1}^{(1)} & d_{i2}^{(1)} & \dots & d_{iN}^{(1)} \\ d_{i1}^{(2)} & d_{i2}^{(2)} & \dots & d_{iN}^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{i1}^{(K)} & d_{i2}^{(K)} & \dots & d_{iN}^{(K)} \end{pmatrix} \quad (8)$$

## 2. Начальное приближение.

По подготовленным исходным данным определяются непосредственно ожидаемые доходы в каждом состоянии и для каждого варианта

$$q_i^{(K)} = d_{ii}^{(K)} + \sum_{j \neq i} a_{ij}^{(K)} \cdot d_{ij}^{(K)}, \quad (9)$$

Затем следует выбрать в каждом состоянии вариант  $K_{m_i}$ , которому соответствует максимальный ожидаемый доход. Результаты выбора записываются в виде вектор-решения  $f_0$

$$f_0 = \left\| K_{m_1}^{(0)} K_{m_2}^{(0)} \dots K_{m_N}^{(0)} \right\|. \quad (10)$$

Исходя из вектор-решения  $f_0$ , составляется новая матрица  $A^{(K_{m_i})}$  интенсивностей переходов, в которой ее строки равны строкам матрицы интенсивностей переходов  $A^{(K)}$ , соответствующим вариантам с максимальными доходами в каждом состоянии

$$A^{(K_{m_i})} = \begin{pmatrix} a_{11}^{(K_{m_1})} & a_{12}^{(K_{m_1})} & \dots & a_{1N}^{(K_{m_1})} \\ a_{21}^{(K_{m_2})} & a_{22}^{(K_{m_2})} & \dots & a_{2N}^{(K_{m_2})} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1}^{(K_{m_N})} & a_{N2}^{(K_{m_N})} & \dots & a_{NN}^{(K_{m_N})} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Доходы, соответствующие строкам вновь составленной матрицы  $A^{(K_{m_i})}$ , составляют вектор-столбец ожидаемых доходов вида

$$\left\| q_i^{(K_{m_i})} \right\| = \begin{pmatrix} q_1^{(K_{m_1})} \\ q_2^{(K_{m_2})} \\ \vdots \\ q_N^{(K_{m_N})} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

## 3. Улучшение решения.

В каждом состоянии для каждого варианта вычисляется следующий критерий

$$q_{i1}^{(K)} = q_i^{(K)} + \sum_{j=1}^N a_{ij}^{(K)} \cdot V_j, \quad (13)$$

в котором  $V_j$  берутся равными значениям, полученным из решения следующей системы уравнений, приняв  $V_N=0$

$$\begin{cases} g = q_1 + \sum_{j=1}^N a_{1j}^{(k_{m_1})} V_j; \\ g = q_2 + \sum_{j=1}^N a_{2j}^{(k_{m_2})} V_j; \\ \dots \\ g = q_N + \sum_{j=1}^N a_{Nj}^{(k_{m_N})} V_j. \end{cases} \quad (14)$$

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

Результаты вычислений записываются в виде вектор-столбца

$$\|q_{i_i}^{(K)}\| = \begin{pmatrix} q_{i_i}^{(1)} \\ q_{i_i}^{(2)} \\ \vdots \\ q_{i_i}^{(N)} \end{pmatrix} \quad (15)$$

По имеющимся данным в каждом состоянии выбирается вариант, которому соответствует максимальный критерий (13).

Результаты выбора записываются в виде вектор-решения  $f_1$

$$f_1 = \|K_{m_1}^{(1)} K_{m_2}^{(1)} \dots K_{m_N}^{(1)}\|. \quad (16)$$

Если элементы вектор-решений  $f_0$  и  $f_1$  совпадают, то решение найдено, то есть итерационная процедура улучшения решения привела к выбору оптимального варианта параметров марковской модели. В противном случае необходимо продолжать процедуру улучшения решения.

Таким образом, использование марковских моделей систем обеспечения надежности ИУС

(формулы (4-6)) позволяет проводить их анализ, а применение алгоритма Р. Ховарда (формулы (7-16)) с учетом эквивалентного преобразования марковских моделей [8] – их синтез.

### Литература

1. Емелин Н.М. Отработка систем технического обслуживания летательных аппаратов. М: Машиностроение, 1995. 128 с.
2. Емелин Н.М. Моделирование процессов эксплуатации сложных систем. М: МО РФ, 1998. 124 с.
3. Емелин Н.М. Экономические модели надежности информационно-управляющих систем. М: ВА РВСН, 2002. 130 с.
4. Емелин Н.М. Надежность ракетно-космических комплексов. М: Интерфизика, 2007. 232 с.
5. Волков Л.И. Управление эксплуатацией летательных комплексов. М: Высшая школа, 1981. 368 с.
6. Емелин Н.М. Марковские модели – простота и изящество // Известия Института инженерной физики, 2015. №2(36). С. 47-51.
7. Ховард Р.А. Динамическое программирование и марковские процессы. М: Сов.радио, 1964. 190 с.
8. Емелин Н.М. Метод эквивалентного преобразования марковских моделей диагностики технических систем // Известия Института инженерной физики, 2015. №3(37). С. 4-7.

# ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ



УДК 519.714

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ  
СИСТЕМ СТАБИЛИЗАЦИИ МЕТОДОМ  
АНАЛИТИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ  
АГРЕГИРОВАННЫХ РЕГУЛЯТОРОВ**

**DEVELOPMENT OF ALGORITHMS  
OF OPTIMIZATION OF STABILIZATION SYSTEMS  
BY THE METHOD OF ANALYTICAL DESIGN  
OF AGGREGATED REGULATORS**

**Александр Владимирович Зайцев**

доктор технических наук, профессор  
профессор кафедры  
Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)  
Адрес: 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4  
Тел.: +7(499)720-16-96  
E-mail: ug253@mail.ru

**Сергей Владимирович Канушкин**

кандидат технических наук, доцент  
доцент кафедры  
ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)  
Адрес: 142210, Московская обл.,  
г. Серпухов, ул. Бригадная, д. 17  
Тел.: +7(4967)38-04-33  
E-mail: kan.cer59@yandex.ru

**Андрей Владимирович Волков**

старший помощник начальника  
отдела организации научной работы  
и подготовки научно-педагогических кадров  
ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)  
Адрес: 142210, Московская обл.,  
г. Серпухов, ул. Бригадная, д. 17  
Тел.: +7(4967)38-04-33

**Тое Вэй Тун**

аспирант  
Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)  
Адрес: 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4  
Тел.: +7(499)720-16-96

**Андрей Сергеевич Бутранов**

научный сотрудник МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

## Аннотация

В статье предлагается подход к синтезу алгоритмов стабилизации движения летательного аппарата, основанный на использовании макроинформации о состоянии системы, в качестве которой выбираются желаемые инвариантные многообразия.

**Ключевые слова:** идентификация, летательный аппарат, модель, алгоритм, программное управление.

## Summary

The article proposes an approach to synthesis of algorithms of stabilization of the air vehicle, based on the use of macroinformation on the system state, which selects the desired invariant manifold.

**Key words:** identification, aircraft, model, algorithm, program control.

Основная идея этого метода, разработанного Колесниковым А.А., состоит в том, что для управления сложным нелинейным динамическим объектом, который может быть описан математической моделью вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ \dot{x}_{n-m+1} &= f_{n-m+1}(x_1, x_2, \dots, x_n) + b_1 u_1; \end{aligned} \quad (1)$$

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

необходимо использовать макроинформацию о состоянии системы [1, 2]. Роль макроинформации в задачах метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) играют желаемые инвариантные многообразия  $\psi_i(x)=0, i=1, m$ . При этом движение изображающей точки управляемого объекта должно удовлетворять минимуму так называемого сопровождающего функционала:

$$J_i = \int_{t_0}^t (\dot{\psi}_i^2 + \varphi_i^2(\psi_i)) dt; \quad (2)$$

на траекториях системы (1). Основное уравнение агрегированного регулятора в соответствии с методом АКАР может быть составлено из следующих соображений. Устойчивая экстремаль сопровождающего функционала (2) является решением дифференциального уравнения:

$$\psi_i + \varphi_i(\psi_i) = 0, \quad (3)$$

где производная  $\dot{\psi}_i$  раскрывается с учетом уравнений модели (1):

$$\dot{\psi}_i = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial x_j} f_j(x) + \sum_{j=n-m+1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial x_j} b_{n-j} u_{n-j}. \quad (4)$$

Совместное использование выражений (3), (4) позволяет записать закон управления  $u_i$  как функцию макропеременной  $\psi_i$  и вектора состояния  $x$ :

$$u_i = - \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial x_{n-m+1}} \right)^{-1} \left( \sum_{j=1}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial x_j} f_j(x) + \sum_{\substack{j=n-m+1 \\ j \neq n-m+1}}^n \frac{\partial \psi_i}{\partial x_j} b_{n-j} u_{n-j} + \varphi_i(\psi_i) \right). \quad (5)$$

Соотношение (5) есть обобщенная форма оптимального агрегированного закона нелинейного регулятора, получаемая по методу АКАР. Метод АКАР позволяет достаточно просто решать задачи управления нелинейными объектами высоких порядков. Более того, критерий оптимальности (2), сформулированный относительно макропеременных  $\psi_i$ , отражает макропоказатели качества системы и не является полуопределенным в отличие от критерия обобщенной работы в классическом методе аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР).

Естественным требованием метода АКАР, как это следует из (5), является зависимость производной  $\dot{\psi}_i$  от управляемого входа  $u_i$ , что, в свою очередь, накладывает ограничения на выбор функции  $\psi_i$ .

Однако, несмотря на очевидные достоинства метода АКАР, на сегодняшний день этот метод еще недостаточно обоснован с формальной точки зрения. Отсутствуют критерии возможности синтеза агрегированного регулятора для клас-

сов динамических систем и явно недостаточно эффективно решена проблема отыскания подходящих макропеременных и (или) желаемых инвариантных многообразий для принятой модели объекта. Требуется найти закон управления, который обеспечивает перевод изображающей точки из произвольного начального состояния сначала в окрестность инвариантного многообразия  $\psi_i + \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ , а затем реализует дальнейшее устойчивое движение вдоль этого многообразия в желаемое состояние, в частности, в начало координат. Выбор агрегированных макропеременных, пока в большей мере носит эвристический характер. Эти функции могут строиться различными способами, и их поиск является главной задачей проектирования.

Нахождение закона оптимального управления производится без решения оптимизационной задачи. Изменение макропеременной  $\psi(t)$  считается оптимальным, если минимизируется так называемый сопровождающий оптимизирующий функционал (2), имеющий, в частности, вид улучшенной квадратичной оценки [1]. Как известно, минимум такому функционалу доставляет асимптотически стремящаяся к 0 экспонента, являющаяся общим решением, так называемого функционального уравнения (3). Затем определяют производную от макропеременной по времени, как от сложной функции в силу уравнений объекта. Эту производную и саму макропеременную подставляют в функциональное уравнение и находят отсюда искомый закон оптимального управления. Сопровождающий оптимизирующий функционал с учетом  $\dot{\psi}(x)$  и позволяет также найти критерий качества, по которому оптимизируется синтезируемая система [1, 2].

Рассмотрим особенности методики решения методом АКАР на примере системы стабилизации угла вращения, исходная модель которой имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_2(t) &= \varphi_1; \\ \dot{\varphi}_1(t) &= a \varphi_1 + u. \end{aligned} \quad (6)$$

В соответствии с методом АКАР мы вводим макропеременную вида  $\psi = \varphi_1 - \delta$ , где  $\psi$  – это задаваемая макропеременная, а  $\delta$  – неизвестная на данном шаге функция (в терминах метода АКАР – внутреннее управление). Далее на основании функционального уравнения

$$T\dot{\psi}(t) + \psi = 0. \quad (7)$$

Найдем искомое управление  $u$  следующим образом:

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

1) производная вычисляется как производная по времени сложной функции, взятая в силу уравнений управляемого объекта:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}(t) &= \frac{d\psi(\varphi_1, \varphi_2)}{dt} = \frac{\partial \psi_1(\varphi_1, \varphi_2)}{\partial \varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{\partial \psi_1(\varphi_1, \varphi_2)}{\partial \varphi_2} \frac{d\varphi_2}{dt} = \\ &= \frac{\partial \psi_1(\varphi_1, \varphi_2)}{\partial \varphi_1} \dot{\varphi}_1(t) + \frac{\partial \psi_1(\varphi_1, \varphi_2)}{\partial \varphi_2} \dot{\varphi}_2(t) = \\ &= \dot{\varphi}_1(t) \left[ \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_1} \dot{\varphi}_1(t) + \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_2} \dot{\varphi}_2(t) \right] = \\ &= \left[ 1 - \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_1} \right] \dot{\varphi}_1(t) - \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_2} \dot{\varphi}_2(t) = \left[ 1 - \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_1} \right] a \varphi \varphi^{1+u} - \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_2} \varphi_1. \end{aligned} \quad (8)$$

2) подставляем (7) в (8), а полученное алгебраическое уравнение разрешаем относительно неизвестного управления  $u$ :

$$u = -a \varphi \varphi^{1+u} + \frac{1}{1 - \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_1}} \left[ \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_2} \varphi_1 - \frac{1}{T} \psi \right]. \quad (9)$$

Далее исследуем динамику полученного уравнения для определения оптимального управления. Управление (9) содержит в себе неизвестные составляющие – частные производные  $\frac{\partial \delta}{\partial \varphi_1}, \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_2}$ , для нахождения которых используется следующий шаг метода АКАР [3].

В силу того, что через  $(2 \div 3)T$  система выйдет на аттрактор  $\psi=0$ , так как уравнение имеет устойчивое решение

$$\psi(t) = \psi_0 e^{-t/T} = 0,$$

можно утверждать, что выполняется соотношение

$$\psi = \varphi_1 - \delta = 0 \Rightarrow \varphi_1 = \delta. \quad (10)$$

Переменная  $\varphi_1$  принимает установившееся значение равное  $\delta$ , а это означает, что динамику изменения этой переменной можно не рассматривать – отбросить второе уравнение системы, а вместо него рассматривать алгебраическое уравнение. Следовательно, динамика исходной системы после  $(2 \div 3)T$  описывается уравнениями, одним дифференциальным и одним алгебраическим

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_2 \psi(t) &= \varphi_1 \dot{\psi} = \delta, \\ \varphi_1 &= \delta. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, на конечном этапе движения исходной системы можно, задавая вид функции  $\delta$  из соображений устойчивости и цели функционирования исходной системы, определить «внутреннее» управление  $\delta$ . Затем, зная выражение для  $\delta$ , подставим частные производные и найдем искомое управление. Из уравнения (11) видно, что функция  $\delta$  является функцией только одной координаты –  $\delta = \delta(\varphi_2)$ . Тогда выражение упрощается, т.к.  $\frac{\partial \delta}{\partial \varphi_1} = 0$ :

$$\begin{aligned} u &= -a \varphi \varphi^{1+u} + \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_2} \varphi_1 - \frac{1}{T} \psi = \\ &= -a \varphi \varphi^{1+u} + \frac{\partial \delta}{\partial \varphi_2} \varphi_1 - \frac{1}{T} (\varphi_1 - \delta) \end{aligned} \quad (12)$$

Так, например, если цель – обеспечить стабилизацию  $\varphi_2 = \varphi_{20}$ , где  $\varphi_{20} = \text{const}$  – желаемое постоянное значение, то можно выбрать выражение  $\Phi_\delta = -\alpha(\varphi_2 - \varphi_{20})$ . Это обеспечит стабилизацию  $\varphi_2 = \varphi_{20}$  и асимптотическую устойчивость замкнутой системы при условии  $T > 0, \alpha > 0$ . Коэффициент  $\alpha$  задает динамику затухания переменной  $\varphi_2$ , то есть чем он больше, тем быстрее переменная  $\varphi_2$  установится в значении переменной  $\varphi_{20}$ .

### Литература

1. Колесников А.А. и др. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. М.: УРСС/КомКнига, 2006. 359 с.
2. Современная прикладная теория управления. Ч. II. Синергетический подход в теории управления / Под ред. Колесникова А.А., ФЦ «Интеграция», Москва-Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. 525 с.
3. Зайцев А.В., Канушкин С.В., Волков А.В. Алгоритмы независимого и зависимого управления многосвязными динамическими системами // Труды 5 Международной НПК «Современное непрерывное образование и инновационное развитие». Серпухов, 2015. С. 726-731.
4. Зайцев А.В., Канушкин С.В., Волков А.В., Гое Вэй Тун. Применение обобщенного квадратичного показателя качества при решении задачи разработки метода терминального программного управления». Труды ФГУП «НПЦАП». Системы и приборы управления. М.: ОАО «ИПП «Куна», 2014. №4.

# ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

УДК 62-503.5

## ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТЕЙ ОШИБОК ПРИ ОТБРАКОВКЕ ЭЛЕКТРОННЫХ КОМПОНЕНТОВ ПРИ ИМПОРТОЗАМЕЩЕНИИ

## PROBABILITY ASSESSMENT OF THE ERRORS IN THE REJECTION OF THE ELECTRONIC COMPONENTS WITH THE SUBSTITUTION



**Борис Федорович Безродный**

*доктор технических наук, профессор*

главный инженер

Проектно-конструкторско-технологическое  
бюро железнодорожной автоматики  
и телемеханики – филиала ОАО «РЖД»  
(ПКТБ ЦШ)

Адрес: 105082, Москва,

Переведеновский пер. д. 13/13, корп. 5

Тел.: +7(499)260-01-19

E-mail: boris-bezrodny@yandex.ru

**Дмитрий Вячеславович Смирнов**

*доктор технических наук, доцент*

Генеральный директор –

Первый Вице-президент МОУ «ИИФ»

Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,

Большой Ударный пер., д. 1а

Тел.: +7(4967)35-31-93

E-mail: dv\_smr@mail.ru

**Сергей Алексеевич Майоров**

*научный сотрудник*

МОУ «ИИФ»

Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,

Большой Ударный пер., д. 1а

Тел.: +7(4967)35-31-93

### Аннотация

При замене импортных электронных компонентов, применяемых в ответственной электронной аппаратуре, на отечественные аналоги возникает проблема обеспечения требуемого уровня ее надежности. В силу нестабильности технологического процесса изготовления, качество, надежность и значения параметров этих аналогов имеют больший, по сравнению с импортными компонентами, разброс. На практике появляется необходимость проведения предварительной отбраковки их образцов с целью выбора наиболее приемлемых для изготовления конкретного типа электронной аппаратуры. Такую процедуру предлагается проводить с помощью статистического распознавания, считая из-за большого числа влияющих факторов распределения нормальными. Данная статья посвящена оценке вероятностей ошибок такой отбраковки.

**Ключевые слова:** электронные компоненты, остаточный ресурс, надежность, статистические методы.

### Summary

When replacing the import of electronic components used in critical electronic equipment, in the domestic counterparts arises the problem of providing the required level of reliability. Due to the instability of the technological process of manufacturing quality, reliability and parameter values of these analogs are higher compared to imported components, variation. In practice there is the need for pre-sorting their samples to select the most appropriate for making a particular type of electronic equipment. This procedure is proposed using statistical pattern recognition, counting from the large number of influencing factors of normal distribution. This article focuses on the assessment of probabilities of errors of such rejection.

**Key words:** electronic components, the remaining service life, reliability, statistical methods.

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

При проведении мероприятий по импортозамещению применяемых в электронной аппаратуре, используемой на критически важных объектах, электронных компонентов, а также различных микроэлектронных изделий, возникает проблема обеспечения требуемой высокой надежности. В силу меньшей стабильности технологического процесса изготовления их качество, надежность и, соответственно, значения параметров имеют больший, по сравнению с импортными аналогами, разброс. Поэтому на практике оказывается необходимым проведение предварительной селекции образцов этих компонентов (изделий) с целью выбора наиболее приемлемых для изготовления конкретного типа электронной аппаратуры, то есть для проведения ее «селективной сборки». Такую процедуру предлагается проводить с помощью статистического распознавания, считая из-за большого числа влияющих факторов распределения нормальными [1].

В этом случае для проведения контроля состояния образцов электронного компонента следует использовать вектор из  $p$  параметров, принимаемых для простоты некоррелированными, а вследствие допущения нормального распределения и независимыми. При этом решающее правило будет иметь вид [1]:

$$\sum_{j=1}^p \left\{ \frac{1}{\hat{\sigma}_{0j}^2} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \hat{a}_{0j})^2 - \frac{1}{\hat{\sigma}_{1j}^2} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \hat{a}_{1j})^2 + n \ln \frac{\hat{\sigma}_{0j}^2}{\hat{\sigma}_{1j}^2} \right\} \geq 0. \quad (1)$$

При выполнении неравенства контрольная выборка из  $n$  замеров вектора контролируемых параметров признается соответствующей классу  $S_1$ , то есть удовлетворяющих требованиям конкретного типа электронной аппаратуры, а при выполнении обратного неравенства – классу  $S_0$  (неудовлетворяющих). В (1)  $\hat{a}_i = (\hat{a}_{i1}, \dots, \hat{a}_{ip})$  и  $\hat{M}_i = \text{diag}(\hat{\sigma}_{i1}^2, \dots, \hat{\sigma}_{ip}^2)$  – оценки векторов средних и ковариационных матриц распределений значений контролируемых параметров в различаемых классах образцов исследуемого электронного компонента, а  $\bar{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{ip})$  – элементы контрольной выборки замеров вектора контролируемых параметров. При  $n=1$  контролю подвергается каждый отдельный образец, в противном случае – однородная партия образцов, имеющих практически идентичные качество и надежность.

При больших объемах обучающих выборок  $m_0$  и  $m_1$ , что достигается при производстве электронных компонентов достаточно большими се-

риями, позволяющем составить установочные партии более чем из ста образцов, вышеупомянутые оценки векторов средних и ковариационных матриц сходятся по вероятности к соответствующим неизвестным значениям векторов средних и ковариационных матриц [1], что позволяет считать их известными и использовать при вычислениях вместо них близкие к этим истинным значениям оценки. При этом неравенство (1) трансформируется в неравенство

$$\sum_{j=1}^p \left\{ \frac{1}{\sigma_{0j}^2} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - a_{0j})^2 - \frac{1}{\sigma_{1j}^2} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - a_{1j})^2 + n \ln \frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2} \right\} \geq 0. \quad (2)$$

После преобразования каждого слагаемого внешней суммы по  $j$  в (1), неравенство (2) сводится к

$$\sum_{j=1}^p \frac{\sigma_{1j}^2 - \sigma_{0j}^2}{\sigma_{0j}^2 \sigma_{1j}^2} \sum_{i=1}^n \left( x_{ij} - \frac{a_{0j} \sigma_{1j}^2 - a_{1j} \sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2 - \sigma_{0j}^2} \right)^2 \geq n \sum_{j=1}^p \left[ \frac{(a_{0j} - a_{1j})^2}{\sigma_{1j}^2 - \sigma_{0j}^2} - \ln \frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2} \right]. \quad (3)$$

Для определения вероятности ошибки контроля первого рода  $\alpha$  следует предположить, что элементы контрольной выборки  $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$  принадлежат к классу  $S_0$ , то есть подчиняются  $p$ -мерному нормальному закону с вектором средних  $\bar{a}_0$  и ковариационной матрицей  $M_0 = \text{diag}(\sigma_{01}^2, \dots, \sigma_{0p}^2)$ . Каждую из независимых величин  $x_{ij}$  можно представить в виде  $x_{ij} = \xi_{ij} \sigma_{0j} + a_{0j}$ , где случайные величины  $\xi_{ij}$ ,  $x_{ij}$ ,  $i=1, \dots, n$ ;  $j=1, \dots, p$ , – независимы между собой и подчиняются одномерному нормальному закону с нулевым средним и единичной дисперсией. Для осуществления необходимого преобразования неравенства (3) в него подставим выражения случайных величин  $x_{ij}$  через  $\xi_{ij}$ , после чего оно примет вид

$$\sum_{j=1}^p \frac{\sigma_{1j}^2 - \sigma_{0j}^2}{\sigma_{0j}^2 \sigma_{1j}^2} \sum_{i=1}^n \left( \xi_{ij} \sigma_{0j} + \frac{\sigma_{0j}^2 (a_{1j} - a_{0j})}{\sigma_{1j}^2 - \sigma_{0j}^2} \right)^2 \geq n \sum_{j=2}^p \left[ \frac{(a_{0j} - a_{1j})^2}{\sigma_{1j}^2 - \sigma_{0j}^2} - \ln \frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2} \right]. \quad (4)$$

Если ввести в рассмотрение величины  $d_j = (a_{1j} - a_{0j})^2 / \sigma_{0j}^2$  и  $r_j = \sigma_{1j}^2 / \sigma_{0j}^2$ ;  $j=1, \dots, p$ , нера-

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

венство (4) преобразуется в

$$\sum_{j=1}^p \frac{r_j - 1}{r_j} \sum_{i=1}^n \left( \xi_{ij} + \frac{\sqrt{d_j}}{r_j - 1} \right)^2 \geq n \sum_{j=1}^p \left[ \frac{d_j}{r_j - 1} + \ln r_j \right]. \quad (5)$$

Внутренняя сумма в левой части неравенства (5) представляет собой случайную величину, имеющую нецентральное  $\chi^2$ -распределение с  $n$  степенями свободы и параметром нецентральности  $nd_j/(r_j - 1)^2$ . Таким образом, левая часть неравенства (5) представляет собой линейную комбинацию случайных величин, имеющих нецентральное  $\chi^2$ -распределение с  $n$  степенями свободы, что позволяет, воспользовавшись инверсной формулой Имхофа [2], получить формулы для вычисления вероятности ошибки контроля первого рода  $\alpha$

$$\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \Theta(u)}{u \rho(u)} du, \quad (6)$$

где:

$$\Theta(u) = \frac{1}{2} \left\{ nu \sum_{j=1}^p \left[ \frac{d_j}{r_j - 1} + \ln r_j \right] - \sum_{j=1}^p \left[ \operatorname{narctg} \left( \frac{r_j - 1}{r_j} u \right) + \frac{r_j n d_j u}{(r_j - 1)(r_j^2 + (r_j - 1)^2 u^2)} \right] \right\},$$

$$\rho(u) = \prod_{j=1}^p \left[ 1 + \left( \frac{r_j - 1}{r_j} \right)^2 u^2 \right]^{\frac{n}{4}} \cdot \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \frac{n d_j u^2}{r_j^2 + (r_j - 1)^2 u^2} \right\}.$$

Для определения вероятности ошибки контроля второго рода  $\beta$ , необходимо положить, что элементы контрольной выборки принадлежат классу  $S_j$  и подчиняются  $p$ -мерному нормальному закону с вектором средних и ковариационной матрицей  $M_1 = \operatorname{diag}(\sigma_{11}^2, \dots, \sigma_{1p}^2)$  и выполняется неравенство, обратное (4)

$$\sum_{j=1}^p \frac{\sigma_{1j}^2 - \sigma_{0j}^2}{\sigma_{0j}^2 \sigma_{1j}^2} \sum_{i=1}^n \left( x_{ij} - \frac{a_{0j} \sigma_{1j}^2 - a_{1j} \sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2 - \sigma_{0j}^2} \right)^2 < n \sum_{j=1}^p \left[ \frac{(a_{0j} - a_{1j})^2}{\sigma_{1j}^2 - \sigma_{0j}^2} - \ln \frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2} \right]. \quad (7)$$

Независимые случайные величины  $x_{ij}$  в данном случае представимы в виде, где случайные величины  $h_{ij}$  опять-таки подчиняются одномерному нормальному закону с нулевым средним и единичной дисперсией. После подстановки в (4)

выражения  $x_{ij}$  через  $h_{ij}$  с учетом ранее введенных величин  $d_j$  и  $r_j, j=1, \dots, p$ , неравенство (7) преобразуется к виду, аналогичному (5),

$$\sum_{j=1}^p (r_j - 1) \sum_{i=1}^n \left( \eta_{ij} + \frac{\sqrt{d_j r_j}}{r_j - 1} \right)^2 < n \sum_{j=1}^p \left[ \frac{d_j}{r_j - 1} + \ln r_j \right]. \quad (8)$$

В данном случае внутренняя сумма в левой части неравенства (8) также является случайной величиной, имеющей нецентральное  $\chi^2$ -распределение с  $n$  степенями свободы, но уже с параметром нецентральности  $nd_j r_j / (r_j - 1)^2$ . Далее также с помощью инверсной формулы Имхофа [2] получается формула для вероятности ошибки контроля второго рода

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \Theta(u)}{u \rho(u)} du, \quad (9)$$

где

$$\Theta(u) = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^p \left[ \operatorname{narctg}[(r_j - 1)u] + \frac{nd_j r_j u}{(r_j - 1)[1 + (r_j - 1)^2 u^2]} \right] - nu \sum_{j=1}^p \left[ \frac{d_j}{r_j - 1} + \ln r_j \right] \right\},$$

$$\rho(u) = \prod_{j=1}^p \left[ 1 + (r_j - 1)^2 u^2 \right]^{\frac{n}{4}} \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \frac{nd_j r_j u^2}{1 + (r_j - 1)^2 u^2} \right\}.$$

При реальном производстве электронных компонентов случай больших обучающих выборок, то есть установочных партий, содержащих от одной до нескольких сотен образцов, достаточно редок. Если же обучающие выборки – средние, то есть состоят из нескольких десятков элементов, то в этом случае вероятности ошибок контроля первого и второго рода, рассчитанные по формулам (6) и (9), будут, существенно отличаться от реальных [1].

Согласно [1] в первую очередь следует при средних объемах обучающих выборок учесть априорную неопределенность векторов средних, поскольку отклонения оценок ковариационных матриц от их предельных значений существенно менее влияют на изменения вероятностей ошибок  $\alpha$  и  $\beta$ , чем отклонения оценок векторов средних распределений значений вектора контролируемых параметров в различных классах образцов рассматриваемого электронного компонента от их реальных значений.

Применение такого приближения неполного априорного знания допустимо, поскольку оно дает при средних объемах обучающих выборок несущественные отклонения значений вероятностей ошибок контроля от реальных, и, несомненно, целесообразно, так как требует

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

существенно меньших, примерно в 20-30 раз, вычислительных затрат при расчете  $\alpha$  и  $\beta$ , по сравнению со случаем полной априорной неопределенности.

В этом случае решающее правило (1) записывается в следующем виде

$$\sum_{j=1}^p \left\{ \frac{1}{\sigma_{0j}^2} \sum_{i=1}^n (x_j - \hat{a}_{0j})^2 - \frac{1}{\sigma_{1j}^2} \sum_{i=1}^n (x_j - \hat{a}_{1j})^2 + n h \frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2} \right\} \geq 0, \quad (10)$$

где  $\hat{a}_i = (1/m_i) \sum_{j=1}^{m_i} \bar{x}_j^{(i)}$  –

оценки векторов средних распределений значений вектора контролируемых параметров в различаемых классах;

$\bar{x}_1^{(i)}, \dots, \bar{x}_{m_i}^{(i)}$  – обучающие выборки, составленные из замеров вектора контролируемых параметров у каждого из  $m_i$  образцов исследуемого электронного компонента, составляющих установочную партию для  $i$ -го класса.

Для определения вероятности ошибки контроля первого рода  $\alpha$  опять следует предположить, что замеры вектора контролируемых параметров, составляющие контрольную выборку, соответствуют классу  $S_0$  и подчиняются  $p$ -мерному нормальному закону с вектором средних  $\bar{a}_0$  и ковариационной матрицей  $M_0 = \text{diag}(\sigma_{01}^2, \dots, \sigma_{0p}^2)$ . Случайные величины, являющиеся слагаемыми суммы по  $j$  в левой части неравенства (10) и заключенные в фигурные скобки, независимы между собой в силу независимости контролируемых параметров.

Поэтому для приведения левой части неравенства (10) к требуемому виду линейной комбинации случайных величин, имеющих центральные и нецентральные  $\chi^2$ -распределения с различными числами степеней свободы, следует воспользоваться предложенными в [1] линейными и нелинейными декоррелирующими преобразованиями, после чего неравенство (10) принимает вид

$$\sum_{j=1}^p \left\{ \left(1 - \frac{1}{r_j}\right) \left[ \chi_{n-1,0}^2 \right]_j + \sum_{i=1}^2 k_{ij} \sigma_{\chi_{ij}}^2 \chi_1^2, \left( \frac{a_{\chi_{ij}}}{\sigma_{\chi_{ij}}} \right)^2 + n \ln \frac{\sigma_{0j}^2}{\sigma_{1j}^2} \right\} \geq 0, \quad (11)$$

а вероятность ошибки контроля первого рода с помощью формулы Имхофа [2] определится как

$$\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \Theta(u)}{u \rho(u)} du, \quad (12)$$

где

$$\Theta(u) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \left\{ n \ln r_j - (n-1) \arctg \left[ \left(1 - \frac{1}{r_j}\right) u \right] - \sum_{i=1}^2 \left[ \arctg \left( K_{ij} \sigma_{\chi_{ij}}^2 u \right) + \frac{K_{ij} a_{\chi_{ij}}^2 u}{1 + K_{ij}^2 \sigma_{\chi_{ij}}^4 u^2} \right] \right\},$$

$$\rho(u) = \prod_{j=1}^p \left\{ \left[ 1 + \left(1 - \frac{1}{r_j}\right)^2 u^2 \right]^{\frac{n-1}{4}} \prod_{i=1}^2 \left( 1 + K_{ij}^2 \sigma_{\chi_{ij}}^4 u^2 \right)^{\frac{1}{4}} \right\} \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^2 \frac{K_{ij}^2 a_{\chi_{ij}}^2 \sigma_{\chi_{ij}}^2 u^2}{1 + K_{ij}^2 \sigma_{\chi_{ij}}^4 u^2} \right\}.$$

Для получения формулы вероятности ошибки контроля второго рода  $\beta$  при средних объемах обучающих выборок, то есть при учете априорной неопределенности векторов средних распределений значений вектора контролируемых параметров в различаемых классах образцов исследуемого изделия микроэлектроники необходимо принять, что элементы контрольной выборки относятся к классу  $S_j$  и подчиняются  $p$ -мерному нормальному закону с вектором средних  $\bar{a}_j$  и ковариационной матрицей  $M_j = \text{diag}(\sigma_{j1}^2, \dots, \sigma_{jp}^2)$ . После осуществления линейных и нелинейных декоррелирующих преобразований, аналогичных преобразованиям, упомянутым выше при выводе формулы для  $\alpha$ , и использования формулы Имхофа [2], формула для вычисления  $\beta$  будет иметь вид

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \Theta(u)}{u \rho(u)} du, \quad (13)$$

где

$$\Theta(u) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \left\{ n \ln \frac{1}{r_j} - (n-1) \arctg \left[ \left(1 - r_j\right) u \right] - \sum_{i=1}^2 \left[ \arctg \left( K_{ij} \sigma_{\chi_{ij}}^2 u \right) + \frac{K_{ij} a_{\chi_{ij}}^2 u}{1 + K_{ij}^2 \sigma_{\chi_{ij}}^4 u^2} \right] \right\},$$

$$\rho(u) = \prod_{j=1}^p \left\{ \left[ 1 + \left(1 - r_j\right)^2 u^2 \right]^{\frac{n-1}{4}} \prod_{i=1}^2 \left( 1 + K_{ij}^2 \sigma_{\chi_{ij}}^4 u^2 \right)^{\frac{1}{4}} \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^2 \frac{K_{ij}^2 a_{\chi_{ij}}^2 \sigma_{\chi_{ij}}^2 u^2}{1 + K_{ij}^2 \sigma_{\chi_{ij}}^4 u^2} \right\},$$

величины, входящие в формулы для  $\Theta$  и  $\rho$  из (13), имеют тот же смысл, что и в формулах для вероятности ошибки первого рода  $\alpha$  в (12).

При осуществлении контроля состояния образцов электронного компонента по нескольким параметрам на основе обучающих выборок, имеющих малые объемы, полученные выше формулы для вычисления вероятностей ошибок контроля дают высокую погрешность, что определяет необходимость учета полной параметрической априорной неопределенности, то есть необходимость считать вектора средних и

# ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

ковариационные матрицы распределений значений вектора контролируемых параметров в различаемых классах образцов рассматриваемого электронного компонента неизвестными [1]. Для этого следует построить по классифицированным обучающим выборкам,  $i=0, 1$ , состоящим из замеров вектора контролируемых параметров у образцов, составляющих установочные партии: (по  $m_i$  изделий из  $i$ -го класса), их оценки максимального правдоподобия  $\hat{a}_i = (\hat{a}_{i1}, \dots, \hat{a}_{ip})$  и  $\hat{M}_i = \text{diag}(\hat{\sigma}_{i1}^2, \dots, \hat{\sigma}_{ip}^2)$ :

$$\hat{a}_{ij} = \frac{1}{m_i} \sum_{k=1}^{m_i} x_{kj}^{(i)}; \quad \hat{\sigma}_{ij}^2 = \frac{1}{m_i - 1} \sum_{k=1}^{m_i} (x_{kj}^{(i)} - \hat{a}_{ij})^2. \quad (14)$$

Для получения решающего правила эти оценки надлежит подставить в решающее правило (1), после чего оно примет окончательный вид

$$\sum_{j=1}^p \left\{ \frac{1}{\hat{\sigma}_{0j}^2} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \hat{a}_{0j})^2 - \frac{1}{\hat{\sigma}_{1j}^2} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \hat{a}_{1j})^2 + n \ln \frac{\hat{\sigma}_{0j}^2}{\hat{\sigma}_{1j}^2} \right\} \geq 0. \quad (15)$$

Случайный вектор  $\hat{a}_i$  подчиняется  $p$ -мерному нормальному закону с вектором средних  $\bar{a}_i$  ковариационной матрицей  $\text{diag}(\sigma_{i1}^2/m_i, \dots, \sigma_{ip}^2/m_i)$ , а любая из случайных величин  $\sigma_{ij}$  может быть представлена в виде

$$\hat{\sigma}_{ij}^2 = \sigma_{ij}^2 w_{ij} / (m_i - 1). \quad (16)$$

При этом каждая из случайных величин  $w_{ij}; j=1, \dots, p$ , подчиняется центральному  $\chi^2$ -распределению с  $m_i - 1$  степенями свободы [1], а  $\sigma_{ij}^2; j=1, \dots, p$  – неизвестные диагональные элементы ковариационной матрицы  $M_i = \text{diag}(\sigma_{i1}^2, \dots, \sigma_{ip}^2)$  распределения значений вектора контролируемых параметров для  $i$ -го класса. С учетом (16) неравенство (15) принимает вид

$$\sum_{j=1}^p \left\{ \frac{m_0 - 1}{w_{0j} \sigma_{0j}^2} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \hat{a}_{0j})^2 - \frac{m_1 - 1}{w_{1j} \sigma_{1j}^2} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \hat{a}_{1j})^2 + n \ln \frac{w_{0j} \sigma_{0j}^2 (m_1 - 1)}{w_{1j} \sigma_{1j}^2 (m_0 - 1)} \right\} \geq 0. \quad (17)$$

Случайные величины, входящие в (17) и соответствующие разным значениям индекса  $j$ , независимы в силу независимости выбранных контролируемых параметров. В [1] доказана независимость случайных величин

$$w_{0j}, w_{1j}, \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \hat{a}_{0j})^2 \text{ и } \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \hat{a}_{1j})^2$$

для всех  $j$ , что с учетом независимости случайных величин из (17), соответствующих разным  $j$ , позволяет записать вероятности ошибок контроля первого и второго рода в виде

$$\alpha = \int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty P_{w_{01} w_{11} \dots w_{0p} w_{1p}} \cdot (V \geq 0 | \bar{X}_i \in S_0) \prod_{j=1}^p \prod_{i=0}^1 P_{w_{ij}}(Z_{ij}) \prod_{j=1}^p \prod_{i=0}^1 dZ_{ij};$$

$$\beta = \int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty P_{w_{01} w_{11} \dots w_{0p} w_{1p}} \cdot (V < 0 | \bar{X}_i \in S_1) \prod_{j=1}^p \prod_{i=0}^1 P_{w_{ij}}(Z_{ij}) \prod_{j=1}^p \prod_{i=0}^1 dZ_{ij}, \quad (18)$$

где  $V$  – левая часть неравенства (17);  $P_{w_{01} w_{11} \dots w_{0p} w_{1p}}(V \geq 0 | \bar{X}_i \in S_0)$  и  $P_{w_{01} w_{11} \dots w_{0p} w_{1p}}(V < 0 | \bar{X}_i \in S_1)$  – условные вероятности, вычисленные при фиксированных значениях случайных величин  $w_{ij}; i=0, 1, j=1, \dots, p$ ;  $P_{w_{ij}}(Z_{ij})$  – плотности распределений случайных величин  $w_{ij}$ , имеющих центральные  $\chi^2$ -распределения с  $m_i - 1$  степенями свободы.

Таким образом, для получения формул  $\alpha$  и  $\beta$  следует определить вышеупомянутые условные вероятности. После проведения преобразований согласно [1], аналогичных приведенным выше, левая часть неравенства (17) приводится к линейной комбинации случайных величин, имеющих центральные и нецентральные  $\chi^2$ -распределения с различными числами степеней свободы, а само неравенство принимает вид

$$\sum_{j=1}^p \left\{ \lambda_{0j} [\chi_{n-1,0}^2]_j + \sum_{i=1}^2 \lambda_{ij} \chi_{1,b_{ij}}^2 + n \ln \frac{\sigma_{0j}^2 w_{0j} (m_1 - 1)}{\sigma_{1j}^2 w_{1j} (m_0 - 1)} \right\} \geq 0, \quad (19)$$

где величины  $\lambda_{0j}, \lambda_{1j}, \lambda_{2j}, b_{1j}$  и  $b_{2j}$  определяются в соответствии с [1], а формула для вероятности  $P_{w_{01} w_{11} \dots w_{0p} w_{1p}}(V \geq 0 | \bar{X}_i \in S_0)$  применения формулы Им-хофа [2] к (19) имеет вид

$$P_{w_{01} w_{11} \dots w_{0p} w_{1p}}(V \geq 0 | \bar{X}_i \in S_0) = P_{w_{ij}; i=0,1; j=1, \dots, p}^\alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \Theta(u)}{u \rho(u)} du, \quad (20)$$

где

$$\Theta(u) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \left\{ n \ln \frac{w_{1j} r_j (m_0 - 1)}{w_{0j} (m_1 - 1)} - (n-1) \text{arctg}(\lambda_{0j} u) + \sum_{i=1}^2 \left[ \text{arctg}(\lambda_{ij} u) + \frac{b_{ij} \lambda_{ij} u}{1 + \lambda_{ij}^2 u^2} \right] \right\};$$

## ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

$$\rho(u) = \prod_{j=1}^p \left\{ \left( 1 + \lambda_{0j}^2 u^2 \right)^{\frac{n-1}{4}} \prod_{i=1}^2 \left( 1 + \lambda_{ij}^2 u^2 \right)^{1/4} \right\} \cdot \exp \left\{ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^2 \frac{\lambda_{ij}^2 b_{ij} u^2}{1 + \lambda_{ij}^2 u^2} \right\}.$$

Для получения второй подынтегральной вероятности из (18) следует проделать с  $V$  аналогичные преобразования, предположив, что  $\bar{x}_i \in S_i$ ,  $i=1, \dots, n$ , в итоге получается

$$P_{w_{01}w_{11} \dots w_{0p}w_{1p}}(V < 0 | \bar{X}_i \in S_i) = P_{w_{ij}; i=0,1; j=1, \dots, p}^\beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin \Theta(u)}{u \rho(u)} du, \quad (21)$$

где  $\Theta$  и  $\rho$  определяются, как и в (20), только  $r_j$  следует заменить на  $r_j^{-1}$ , а величины  $\lambda_{ij}$  и  $b_{ij}$  определить согласно [1].

Формулы (20) – (21) позволяют вычислять вероятности ошибок контроля состояния образцов изделия микроэлектроники с использованием для его осуществления произвольного числа  $p$  контролируемых информативных параметров при малых обучающих выборках. При неограниченном увеличении  $m$  значения  $\alpha$  и  $\beta$ , рассчитанные в приближениях полной априорной неопределенности сначала приближаются к соответствующим вероятностям при неполном априорном знании (формулы (12) и (13)), а затем вместе с ними стремятся к значениям, определенным в приближении полного априорного знания (формулы (6) и (9)) [1]. При этом, чем больше число параметров  $p$ , тем быстрее с ростом  $m$  сближаются значения вероятностей ошибок контроля, рассчитанные при различных степенях априорной неопределенности. С ростом  $n$   $\alpha$  и  $\beta$  монотонно убывают. При фиксированном  $n$  вероятности ошибок контроля быстро монотонно убывает с ростом  $p$ , приближаясь к нулю. Следует отметить, что для большей наглядности анализа зависимости  $\alpha$  и  $\beta$  от  $p$  целесообразно принять распределения параметров в пределах одного класса подобными, т.е. величины  $d_j$  и  $r_j$  не зависят от  $j$  потому, что исследование влияния на  $\alpha$  и  $\beta$  различий  $d_j$  и  $r_j$  при различных значениях индекса  $j$  содержится в [1], в части, посвя-

щенной оценке информативности контролируемых параметров и выбору среди них наиболее информативных. Для случая подобно распределенных параметров использование для осуществления контроля состояния образцов электронного компонента набора из  $p$  таких параметров практически эквивалентно увеличению объема контрольной выборки примерно в  $p$  раз. Этот факт также объясняет быстрое убывание  $\alpha$  и  $\beta$  с ростом  $p$ . Зависимости  $\alpha$  и  $\beta$  от  $d_j=d$  и  $r_j^{-1}=r^{-1}$  в  $p$ -мерном случае аналогичны подобным зависимостям в одномерном случае с той лишь разницей, что графики  $\alpha$  и  $\beta$ , соответствующие большему  $p$ , круче и лежат ниже.

Следует отметить, что  $2p$ -мерные интегралы в (20) при практических расчетах вычислялись по методу Монте-Карло. Этот метод, как отмечалось в [1], при больших  $p$  наиболее экономичен с точки зрения вычислительных затрат. Однако целесообразно получить приближенную формулу для вычисления  $\alpha$  и  $\beta$  при полной априорной неопределенности. Для этого в [3] предлагается разложить  $\alpha$  из (20) в ряд Тейлора по переменным  $y_{ij}=w_{ij}(m_i-1)$  и, оставив в этом разложении члены, содержащие первые и вторые частные производные, почленно проинтегрировать оставшуюся сумму, предварительно заменив  $\chi^2$ -распределения нормальными  $N((m_i-1), 2(m_i-1))$ . В результате все слагаемые, содержащие первые и смешанные вторые частные производные, за- нуляются, а итоговая формула принимает вид

$$\alpha \approx P_{(w_{ij}=m_i-1); i=0,1; j=1, \dots, p}^\alpha + \sum_{i=0}^1 \sum_{j=1}^p \left[ \frac{\partial^2 P^\alpha}{\partial y_{ij}^2} \Big|_{w_{ij}=m_i-1} \cdot \frac{1}{m_i-1} \right]. \quad (22)$$

### Литература

1. Безродный Б.Ф., Фомин Я.А. Адаптивные системы контроля изделий микроэлектроники на ПЭВМ. М.: Издательство Стандартов, 1993.
2. Imhof J.P. Computing the distribution of quadratic forms in normal variables. – *Biometrika*, v. 48, N 3, 1961.
3. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин / Под ред. С.А. Айвазяна. М.: Финансы и статистика, 1989.

УДК 621.39

## МЕХАНИЗМ УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ ПЕРЕДАЧИ СООБЩЕНИЙ КАК ПОДХОД К СНИЖЕНИЮ ГАРАНТИРОВАННОГО ВРЕМЕНИ ДОВЕДЕНИЯ В ОДНОСТОРОННЕЙ ЦИРКУЛЯРНОЙ РАДИОСЕТИ ОПОВЕЩЕНИЯ

## THE MECHANISM OF THE SPEED CONTROL OF MESSAGE TRANSFER AS THE APPROACH TO DECREASE IN GUARANTEED TIME OF FINISHING IN THE UNILATERAL CIRCULAR RADIO NETWORK OF THE NOTIFICATION

Михаил Юрьевич Попов

кандидат технических наук

докторант

ВА РВСН им. Петра Великого

(филиал в г. Серпухове)

Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,

ул. Бригадная, д. 17

Тел.: +7(4967)78-92-23

### Аннотация

В статье представлен подход к снижению времени гарантированного доведения сообщения в односторонней циркулярной сети оповещения с повторениями и накоплением информации на базе механизма управления скоростью передачи повторов сообщения (кадров), учитывающего вклад в достоверность доведения, формируемого при мажоритарной обработке накапливаемых повторов сообщений в логическом приемнике абонентской станции сети.

**Ключевые слова:** командная радиосеть, механизм управления скоростью передачи повторов сообщения, оптимизация.

### Summary

In article the approach to decrease in time of the guaranteed finishing of the message in a unilateral circular network of the notification with repetitions and accumulation of the information on the basis of the mechanism of a speed control of transfer of repetitions of the message considering the contribution to reliability of finishing, formed is presented at majority processing of accumulated repetitions of messages in the logic receiver of user's station of a network.

**Key words:** command radio network, the mechanism of a speed control of transfer of repetitions of the message, optimization.

### Введение

Рассматривается односторонняя циркулярная сеть оповещения с повторениями и накоплением повторов с последующей их мажоритарной обработкой, называемая в исследовании командной радиосетью (КР) [1]. Процедура повышения достоверности в КР построена на базе поразрядного мажоритирования накапливаемых ФПС и представляет собой алгоритм дообработки мажоритарными проверками (МП) (АДМП) совокупности накопленных повторов

[3]. Подход, представленный в статье, посвящен нахождению «баланса» между значениями скоростей передачи физических повторов сообщений (ФПС) [2]), временем доведения ( $t_{\text{дов}}$ ) и вероятностью доведения сообщения ( $P_{\text{дов}}$ ) в КР. Найти «баланс» возможно посредством введения механизма управления скоростью (МУС) передачи ФПС. МУС может существовать в связи с особенностями организации процесса доведения сообщения в КР и реализованного алгоритма повышения достоверности в блоке логи-

ческой обработки (БЛО) логического приемника (ЛП) абонентской станции (АС) КР. «Баланс» возможен в связи со следующим теоретическим противоречием: с увеличением скорости передачи ФПС ( $V$ ) уменьшается  $t_{\text{дов}}$  (улучшается оперативность), но уменьшается отношение сигнал/шум на входе приемного устройства, что снижает вероятность битовой ошибки  $p_0$ , что понижает  $P_{\text{дов}}$ , и наоборот. Таким образом, МУС использует «запас» достоверности, формируемый АДМП на шагах процесса доведения, для изменения скорости передачи ФПС при фиксированной вероятности доведения сообщения.

### Вербальное описание процесса доведения

Обобщенная структура КР и ЛП приведена на рисунке 1.

Доведение информации к АС зоны оповещения КР осуществляется передачей конечного числа ФПС –  $M$ . Длина каждого ФПС  $l$  [бит], передача ФПС осуществляется передающим радиоцентром (ПДРЦ) со скоростью передачи  $V$  [бит/с], каждый символ сообщения превращается в сигнал с заданным видом модуляции (ОФМн) и излучается в эфир. Качество дискретного канала связи от ПДРЦ к АС (соединение «точка-точка») характеризуется вероятностью ошибки элементарного символа  $p_0$ . На каждой АС расположен ЛП. В ЛП радиосигналы обрабатываются (демодулируются) в блоке обработки сигнала согласно используемому методу модуляции, при этом сформированные символы поступают в декодер повторителя сообщения (ДПС), где осуществляется декодирование ФПС согласно используемому алгоритму. Если ошибок в ФПС нет или они все исправлены (или не обнаружены), то декодированное сообщение из ДПС выдается получателю сообщения. Если ошибки есть, то данный ФПС поступает в блок логической обработки (БЛО) ЛП АС. Когда БЛО накопил три и более ФПС, то на-

чинает работать АДМП, формирующий логические повторы сообщений (ЛПС), поступающие в ДПС на декодирование [3].

### Формальная постановка задачи

Пусть в рассматриваемой КР:  $M=8$ ; вид манипуляции – ОФМн; длина ФПС  $l=100$  [бит]; в БЛО ЛП АС реализован АДМП, рассмотренный в [3]; скорость передачи 1, 2 и 3-го ФПС равна  $V=1$  [усл. един.]; передача 4, 5, 6, 7 и 8-го ФПС осуществляется со скоростями:  $V_4, V_5, V_6, V_7, V_8$ , мощность сигнала на входе приемника  $P_c=1.4$  [Вт], спектральная плотность мощности шума  $N_0=1$  [Вт/Гц],  $\Rightarrow p_0=0.5 e^{-\frac{P_c}{N_0}}=0.123$ , где  $h_0^2=P_c/N_0$

Необходимо найти:

$$V^* = (V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*) = \arg \min_{(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*)} t_{\text{дов}}(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*) \quad (1)$$

при:  $p|_8(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*)=0.9$ ;  
 $V_4^* \leq V_5^* \leq V_6^* \leq V_7^* \leq V_8^*$ .

Таким образом, необходимо найти значения (распределение) скоростей передачи 4,5,6,7,8 ФПС ( $V^*=(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*)$ ), при которых обеспечивается минимально возможное время доведения  $t_{\text{дов}}^*(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*) \rightarrow \min$ , при обеспечении требуемой вероятности доведения  $p|_8(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*)=0.9$  (требование) в существующей области ограничений

$V_4^* \leq V_5^* \leq V_6^* \leq V_7^* \leq V_8^*$  (ограничение) и допущений. **Допущения:** • каждый ФПС из радиоканала получается независимым друг от друга образом; • каждый забракованный ФПС в ДПС накапливается в БЛО ЛП АС; •  $p_0$  на разрядах одного ФПС есть  $const$ , а  $p_0$  на разрядах разных ФПС может быть  $p_0 \neq const$ ; • время получения одного ФПС намного больше времени реализации АДМП в БЛО; • при получении текущего множества ФПС сообщение считается доведенным, если хотя бы один ФПС доведен (верно декодирован) или если ни один из полученных ФПС не доведен, то хотя бы один ЛПС, сформированный АДМП на текущем множестве полученных ФПС, должен быть доведен (верно декодирован).

Отметим, что АДМП устанавливает порядок проведения каждого из типов МП [3] и их мно-

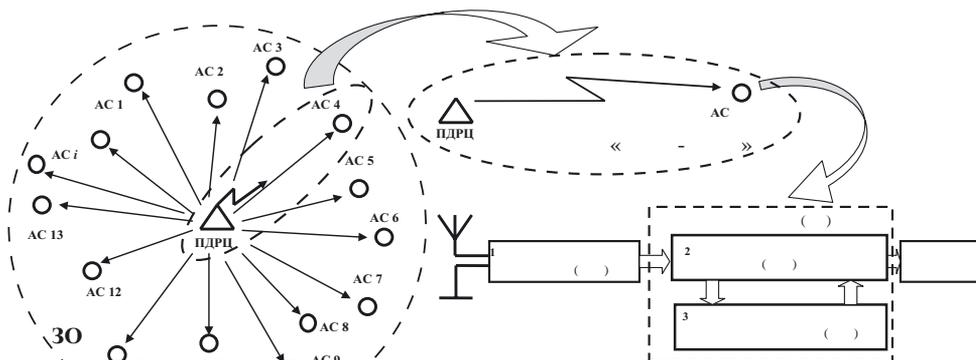


Рис. 1. Структура КР и ЛП АС

жества на накопленных ФПС в БЛО ЛП АС. АДМП формируется с учетом правила формирования МП (т.е. перечня типов МП и их количества), проводимых на множестве накопленных БЛО ФПС. МП – проверка, осуществляющая мажоритирование (мажорирование) одноименных разрядов накапливаемых ФПС. Она является процедурой обработки разрядов ФПС, всегда формирующей жесткое решение [1,4,5]. Причем, каждая МП формирует ЛПС – повтор сообщения, получаемый в результате проведения МП в БЛО ЛП АС [2]. Количество ЛПС на множестве накопленных ФПС, поступающих в ДПС, есть результат работы реализованного в БЛО АДМП. Суть АДМП подробно описана в [3].

### Решение поставленной задачи

Опишем функции  $p|_8(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*)$  и  $t_{\text{пов}}^*(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*)$ . Пусть ошибки элементарных символов в 4, 5, 6, 7 и 8-м ФПС, переданных

со скоростями  $V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*$ , равны:

$$p_{0|3}(V_4) = \frac{1}{2} e^{-[P_e/N_0 \cdot V_4]}, \dots, p_{0|7}(V_8) = \frac{1}{2} e^{-[P_e/N_0 \cdot V_8]}, \Rightarrow$$

вероятности доведения ФПС:

$$p|_{4\text{ФПС}}(V_4) = (1 - p_{0|3}(V_4))^4, \dots, p|_{8\text{ФПС}}(V_8) = (1 - p_{0|7}(V_8))^8.$$

Функция  $p|_8(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*)$  сложная, и для ее определения необходимы:

- номера ФПС и  $p_0$  в них;
- перечень ФПС, по которым выносит решение МП (формируется ЛПС);
- перечень ЭЛПС и их количество;
- ЛВО в ЭЛПС, где: ЛВО – логическая вероятность ошибки – вероятность ошибки элементарного символа в ЛПС [2]; ЭЛПС – эквивалентные логические повторы сообщения – логические повторы сообщения, ЛВО которых одинаковы.

Функция  $p|_8(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*)$  описывается на базе теорем теории вероятностей и имеет вид:

$$\begin{aligned} p|_8(V_4, V_5, V_6, V_7, V_8) = & 1 - (1 - p|_{1\text{ФПС}})^3 (1 - p|_{4\text{ФПС}}(V_4)) (1 - p|_{5\text{ФПС}}(V_5)) (1 - p|_{6\text{ФПС}}(V_6)) \cdot \\ & \cdot (1 - p|_{7\text{ФПС}}(V_7)) (1 - p|_{8\text{ФПС}}(V_8)) (1 - p|_3^{(2/3)}|_{1,2,3})^1 (1 - p|_4^{(2/3)}|_{1,2,3})^3 (1 - p|_5^{(2/3)}|_{1,2,5})^3 (1 - p|_5^{(2/3)}|_{1,4,5})^3 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_5^{(3/5)}|_{1,2,3,4,5})^1 (1 - p|_6^{(2/3)}|_{1,2,6})^3 (1 - p|_6^{(2/3)}|_{1,4,6})^3 (1 - p|_6^{(2/3)}|_{1,5,6})^3 (1 - p|_6^{(2/3)}|_{4,5,6})^1 (1 - p|_6^{(3/5)}|_{1,2,3,4,6})^1 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_6^{(3/5)}|_{1,2,3,5,6})^1 (1 - p|_6^{(3/5)}|_{1,2,4,5,6})^3 (1 - p|_7^{(2/3)}|_{1,2,7})^3 (1 - p|_7^{(2/3)}|_{1,4,7})^3 (1 - p|_7^{(2/3)}|_{1,5,7})^3 (1 - p|_7^{(2/3)}|_{1,6,7})^3 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_7^{(2/3)}|_{4,5,7})^1 (1 - p|_7^{(2/3)}|_{4,6,7})^1 (1 - p|_7^{(2/3)}|_{5,6,7})^1 (1 - p|_7^{(3/5)}|_{1,4,5,6,7})^3 (1 - p|_7^{(3/5)}|_{1,2,5,6,7})^3 (1 - p|_7^{(3/5)}|_{1,2,4,6,7})^3 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_7^{(3/5)}|_{1,2,4,5,7})^3 (1 - p|_7^{(3/5)}|_{1,2,3,6,7})^1 (1 - p|_7^{(3/5)}|_{1,2,3,5,7})^1 (1 - p|_7^{(3/5)}|_{1,2,3,4,7})^1 (1 - p|_7^{(4/7)}|_{1,2,3,4,5,6,7})^1 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_8^{(2/3)}|_{1,2,8}(V_8))^3 (1 - p|_8^{(2/3)}|_{1,4,8}(V_4, V_8))^3 (1 - p|_8^{(2/3)}|_{1,5,8}(V_5, V_8))^3 (1 - p|_8^{(2/3)}|_{1,6,8}(V_6, V_8))^3 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_8^{(2/3)}|_{1,7,8}(V_7, V_8))^3 (1 - p|_8^{(2/3)}|_{4,5,8}(V_4, V_5, V_8))^1 (1 - p|_8^{(2/3)}|_{4,6,8}(V_4, V_6, V_8))^1 (1 - p|_8^{(2/3)}|_{4,7,8}(V_4, V_7, V_8))^1 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_8^{(2/3)}|_{5,6,8}(V_5, V_6, V_8))^1 (1 - p|_8^{(2/3)}|_{5,7,8}(V_5, V_7, V_8))^1 (1 - p|_8^{(2/3)}|_{6,7,8}(V_6, V_7, V_8))^1 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,3,4,8}(V_4, V_5))^1 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,3,5,8}(V_5, V_8))^1 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,3,6,8}(V_6, V_8))^1 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,3,7,8}(V_7, V_8))^1 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,4,5,8}(V_4, V_5, V_8))^3 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,4,6,8}(V_4, V_6, V_8))^3 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,4,7,8}(V_4, V_7, V_8))^3 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,5,6,8}(V_5, V_6, V_8))^3 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,5,7,8}(V_5, V_7, V_8))^3 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,2,6,7,8}(V_6, V_7, V_8))^3 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,4,5,6,8}(V_4, V_5, V_6, V_8))^3 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,4,5,7,8}(V_4, V_5, V_7, V_8))^3 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,4,6,7,8}(V_4, V_6, V_7, V_8))^3 (1 - p|_8^{(3/5)}|_{1,5,6,7,8}(V_5, V_6, V_7, V_8))^3 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_8^{(3/5)}|_{4,5,6,7,8}(V_4, V_5, V_6, V_7, V_8))^1 (1 - p|_7^{(4/7)}|_{1,2,3,4,5,6,8}(V_4, V_5, V_6, V_8))^1 (1 - p|_7^{(4/7)}|_{1,2,3,4,5,7,8}(V_4, V_5, V_7, V_8))^1 \cdot \\ & \cdot (1 - p|_7^{(4/7)}|_{1,2,3,4,6,7,8}(V_4, V_6, V_7, V_8))^1 (1 - p|_7^{(4/7)}|_{1,2,3,5,6,7,8}(V_5, V_6, V_7, V_8))^1 (1 - p|_7^{(4/7)}|_{1,2,4,5,6,7,8}(V_4, V_5, V_6, V_7, V_8))^3, \quad (2) \end{aligned}$$

где  $p_{|_8}^{(2/3)l_{1,2,8}}(V_8) = (1 - p_{0|_8}^{(2/3)l_{1,2,8}}(V_8))^l$  – вероятность доведения ЛПС, сформированного МП типа 2/3 по одноименным разрядам 1, 2 и 8-го ФПС;

$p_{0|_8}^{(2/3)l_{1,2,8}}(V_8) = p_0^2 p_{0|_7}(V_8) + p_0^2(1 - p_{0|_7}(V_8)) + 2p_0 p_0 - \text{ЛВО}$  в данном ЛПС; другие вероятности описываются аналогичным способом.

Определим функцию времени доведения сообщения в соединении «точка-точка» так:  $t_{\text{доо}}^*(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*) = 3l/V + l/V_4 + l/V_5 + l/V_6 + l/V_7 + l/V_8$ . Тогда имеем следующую систему выражений:

$$\begin{cases} t_{\text{доо}}(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*) \rightarrow \min \\ p_{|_8}(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*) = 0.9 \\ V_4^* \leq V_5^* \leq V_6^* \leq V_7^* \leq V_8^* \\ V^* = (V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*) - ? \end{cases} \quad (3)$$

В результате решения:

$$V^* = V_1^* = (1.601, 1.601, 1.601, 1.601, 1.601) \text{ и } t_{\text{доо}}(V_1^*) = 612.155.$$

Задачи такой постановки является задачами поиска экстремума функции. Общая проблема поиска экстремума функции включает в себя задачи нахождения локального и глобального экстремума. Последние называют задачами оптимизации. Если область определения функции задаются ограничениями значений аргументов, в таком случае говорят о «задаче на условный экстремум». Следовательно,  $V_1^*$  является локальным экстремумом функции. При минимизации сложных функций применяются численные методы. Для решения описанной задачи был применен численный градиентный алгоритм – метод сопряженных градиентов. Данный метод является двухшаговым. Метод обладает хорошей скоростью сходимости и подробно описан в [6].

### Определение глобального экстремума функции

Задача определения глобального экстремума предполагает отсутствие ограничения  $V_4^* \leq V_5^* \leq V_6^* \leq V_7^* \leq V_8^*$ . Решение может быть найдено таким путем [6]. Пусть  $V_4, V_5, V_6, V_7, V_8$  лежат в области от  $1V$  до  $1.5V$ , с шагом изменения  $0.5V$  (эти данные формируют область начальных приближений, необходимых для решения данной задачи). Тогда рассматриваемую область значений скоростей будем сканировать с указанным шагом и вычислять все значения времени доведения, удовлетворяющие требованию  $p_{|_8}(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*) = 0.9$ . Выберем из найденных времен доведения наименьшее значение,

соответствующее этому времени распределения аргумента (скоростей), которое будет обеспечивать минимум времени доведения. В результате найдены 32 варианта распределений, из которых единственное

$V = V_2^* = (83.302, 83.301, 0.724, 0.724, 83.301)$  и обеспечивает наименьшее время  $t_{\text{доо}}(V_2^*) = 579.622$  ( $V_2^*$  фактически является локальным, но в области более «широких» значений аргумента). Отметим, что если сканирование по аргументу функции осуществлять по другим значениям и (или) другим временным интервалам, то значение  $V_2^*$  будет, возможно, другим.

### Оценка «платы» за снижение времени доведения

Оценивать «плату» за искомое снижение времени можно разницей между вероятностями доведения сообщения в динамике получения ФПС, полученными без МУС ( $p_{|_i}$ ), и полученными с МУС ( $p_{|_i}'$ ); фактически – это вероятностно-временные характеристики (ВВХ) [8], полученные как без МУС (при  $V = \text{const}$ ), так и учитывающие МУС. Выражения  $p_{|_i}$  и  $p_{|_i}'$  формируются таким же способом, как (2). Чтобы понимать, сколько «в среднем» «платим» вероятностью доведения за достигнутое время доведения, введем следующие коэффициенты:

$$K1 = \left( 1 - \frac{p_{|_M}'}{p_{|_M}} \right) \cdot 100\%; \quad K2 = \left( 1 - \frac{t_{\text{доо}|_M}'}{t_{\text{доо}|_M}} \right) \cdot 100\%,$$

где  $p_{|_M}, p_{|_M}'$  – вероятности доведения сообщения за  $M$  ФПС без введения МУС и, соответственно, с МУС;

$t_{\text{доо}|_M}, t_{\text{доо}|_M}'$  – времена доведения сообщения за  $M$  ФПС также без введения МУС и с МУС (в единицах времени).

Коэффициент  $K1$  характеризует «плату» вероятностью доведения в %,  $K2$  характеризует «выигрыш» во времени доведения в % от времени доведения без МУС.

В рамках решенной задачи получены:

– для распределения  $V_1^*$ :  $K1 = 10\%$ ,  $K2 = 23.480\%$ , плата ВВХ по шагам процесса  $i = 1, 2 \dots 8$  составляет:  $p_{|_i} - p_{|_i}' = (0 \ 0 \ 0 \ 0.0346 \ 0.237 \ 0.596 \ 0.463 \ 0.0999)$ ;

– для распределения  $V_2^*$ :  $K1 = 10\%$ ,  $K2 = 27.547\%$ , плата ВВХ по шагам процесса составляет:  $(0 \ 0 \ 0 \ 0.0405 \ 0.299 \ 0.620 \ 0.158 \ 0.1)$ .

Распределения  $V_1^*$  и  $V_2^*$  можно представить распределениями длительностей элементарных символов ФПС, тогда МУС может интерпретироваться как механизм управления длительностью элементарных символов ФПС.

## Сущность найденных распределений

Итак, при выполнении условия (ограничения)  $V_4^* \leq V_5^* \leq V_6^* \leq V_7^* \leq V_8^*$  найдено распределение  $V_1^*$ , при отсутствии такого ограничения найдено другое распределение  $V_2^*$ , причем  $t_{дог}(V_2^*) < t_{дог}(V_1^*)$ . Следовательно, распределение  $V_2^*$  является «более лучшим», чем  $V_1^*$ , но распределение  $V_2^*$  получено при других условиях. Распределение  $V_2^*$  показывает то, что для обеспечения требуемой вероятности доведения достаточно со скоростью  $0,724V$  принять 5 и 6-й ФПС, а 4, 7 и 8-м ФПС можно пренебречь, т.к. скорость на них равна  $83V$ , что дает  $p_0 \approx 0.492$  (для ОФМн).

Из этого следует, что возможны два подхода к обеспечению минимального гарантированного времени доведения. Первый – реализовать увеличение скорости передачи, второй – реализовать уменьшение скорости передачи (торможение скорости передачи).

Таким образом, для  $p_0 = [p_{0min}, p_{0max}]$ , характеризующей канал связи (КС), можно определить те значения  $p_0$ , при которых целесообразно осуществлять либо ускорение скорости передачи ФПС, либо осуществлять торможение скорости передачи. Следовательно, можно выявить и границы применения МУС с ускорением и торможением в зависимости от  $p_0$ .

Решим данную задачу – определим  $V^*$  и  $t_{дог}(V^*)$  например, при вероятности ошибки элементарного символа  $p_0 = [0.04, 0.49]$ , при этом пусть шаг по  $p_0$  равен 0.01, используем ограничение  $V_4^* \leq V_5^* \leq V_6^* \leq V_7^* \leq V_8^*$  и требование  $p|_8(V_4^*, V_5^*, V_6^*, V_7^*, V_8^*) = 0.9$ . Найденные результаты представлены на рисунках 2-4.

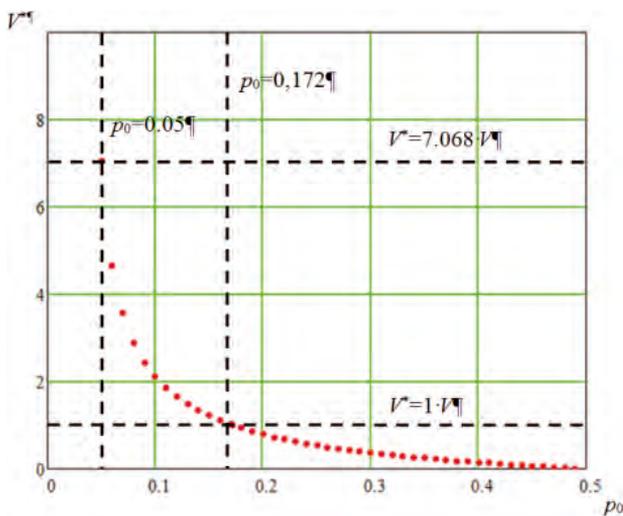


Рис. 2. Зависимость  $V^*$  от  $p_0$

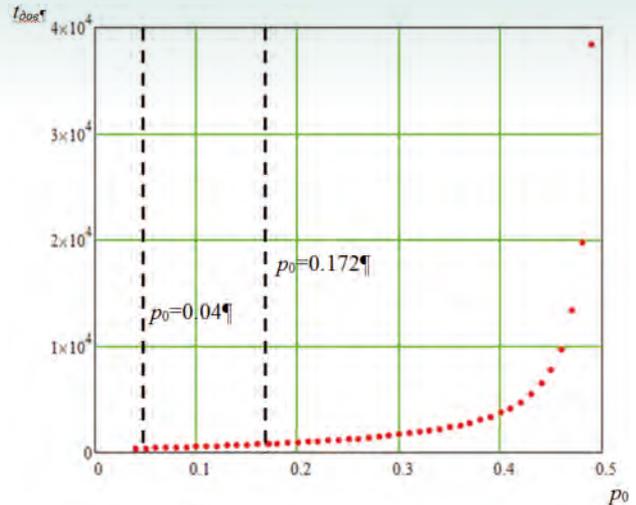


Рис. 3. Зависимость  $t_{дог}$  от  $p_0$

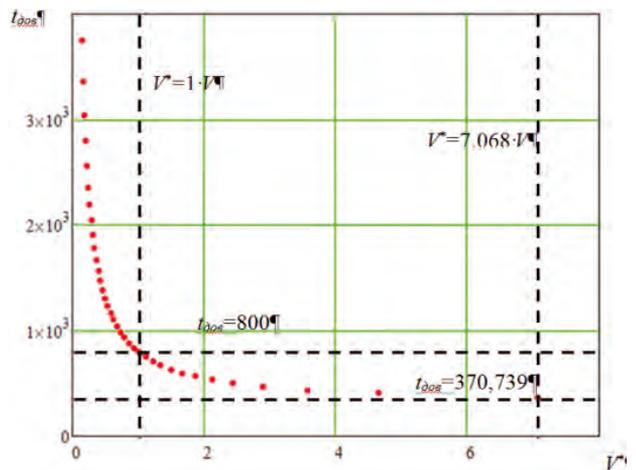


Рис. 4. Зависимость  $t_{дог}$  от  $V^*$

В результате граница по  $p_0$ , между МУС с ускорением и торможением скорости есть  $p_0 = 0.172$ , т.к. при этом  $V^* = (1; 1; 1; 1)$ .

### Обоснование нижней границы применимости МУС

Очевидно, МУС не имеет смысла применять тогда, когда требуемая вероятность доведения уже достигнута за три ФПС. Для определения  $p_0$ , приводящей к требуемой вероятности доведения, необходимо решить следующее нелинейное уравнение. Функция вероятности доведения за три ФПС от  $p_0$  имеет вид:

$$p|_3 = \left(1 - (1 - p|_1)^3\right) + (1 - p|_1)^3 \left(p|_3^{(2/3)}\right)_{1,2,3} = \left(1 - (1 - (1 - p_0)^1)^3\right) + (1 - (1 - p_0)^1)^3 \left(1 - (p_0^3 + C_3^2 p_0^2 (1 - p_0))\right)^1.$$

Тогда, имеем следующее уравнение относительно  $p_0$ :

$$\left(1 - \left(1 - (1 - p_0)^t\right)^3\right) + \left(1 - (1 - p_0)^t\right)^3 \cdot \left(1 - \left(p_0^3 + C_3^2 p_0^2 (1 - p_0)\right)\right)^t = 0.9.$$

Численное решение уравнения [7] дает результат:  $p_0 = 0.022$ .

### Анализ полученных данных:

- $p_0 = 0.022$  является теоретической нижней границей использования МУС, т.к. при  $p_0 = 0.022$  вероятность доведения сообщения без МУС уже на третьем ФПС равна  $p|_3 = 0.9$ . Следовательно, требуемая вероятность доведения уже достигнута за три ФПС, а АДМП, на который и «ориентирован» МУС, «включается» лишь после накопления трех ФПС;

- $p_0 = 0.172$  является границей между МУС с ускорением и торможением скорости передачи, т.к. при указанной вероятности ошибки элементарного символа в КС получается такое распределение скоростей  $V^* = (1; 1; 1; 1)$ . Следовательно, вмешательства в скорость передачи ФПС не требуется (требуемая вероятность доведения обеспечивается без наличия МУС);

- теоретический диапазон применимости МУС с ускорением передачи ФПС таков:  $p_0 = (0.022; 0.172)$ . При этом, начиная с  $p_0 > 0.172$  получают оптимальные распределения скоростей, меньше чем  $1V$ . Это свидетельствует о том, что необходимо уменьшать скорости передачи 4,5,6,7,8 ФПС для обеспечения требуемой вероятности доведения сообщения, т.е. вводить МУС с торможением;

- теоретическая граница применимости МУС с торможением передачи ФПС лежит в диапазоне:  $p_0 = [0.173; 0.499(9)]$ , при обеспечении требуемой вероятности доведения сообщения.

### Заключение

Таким образом, предложен подход к снижению времени гарантированного доведения сообщений в соединении «точка-точка» КР на базе

МУС передачи повторов сообщений (кадров), учитывающего вклад в достоверность доведения, формируемого при мажоритарной обработке накапливаемых повторов сообщений в ЛП АС сети. Подход определяют порядок получения оптимальных распределений скоростей ФПС, удовлетворяющих совокупности допущений, ограничений и требований, предъявляемых к процессу доведения. Задача отыскания распределения скоростей сформулирована как оптимизационная. Обоснованы теоретические границы применимости МУС с ускорением и торможением передачи в зависимости от вероятности ошибки элементарного символа в КС. Представлены подходы к анализу данных, полученных в результате решения оптимизационной задачи. Исключительную важность имеет характер допущений, ограничений и требований по доставке в ходе оптимизации.

### Литература

1. Сердюков П.Н., Бельчиков А.В., Дронов А.Е., Григорьев А.С., Волков С.С. Защищенные радиосистемы цифровой передачи информации. М.: АСТ, 2006. 403 с.
2. Цимбал В.А., Попов М.Ю., Винокуров А.М., Попов В.Ю. Методика схемотехнического синтеза схем устройств, реализующих различные типы мажоритарных проверок. Труды Российского научно-технического общества радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова / Научная сессия, посвященная Дню радио, 2015. Вып. LXX. С. 160-164.
3. Цимбал В.А., Попов М.Ю., Дробышев М.Ю. Математическое моделирование процесса доведения сообщения в радиосети без обратной связи с повторениями и накоплением информации. Информационные технологии в проектировании и производстве. М., 2010. №3 С. 78-83.
4. Гридин В.Н., Мазепа Р.Б., Роцин Б.В. Мажоритарное уплотнение и кодирование двоичных сигналов. М.: Наука, 2001. 124 с.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. 10-е изд., стер. М.: Издательский центр «Академия», 2005. 576 с.
6. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Учебное пособие. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 600 с.
7. Куприянов Д.В. Mathcad 14. СПб.: БХВ-Петербург, 2007. 704 с.: ил.
8. Цимбал В.А. Качество информационного обмена в сетях передачи данных. Марковский подход. Монография. М.: Вузовская книга, 2014. 161 с.

УДК 004.728.5

## ОЦЕНКА СВОЕВРЕМЕННОСТИ ДОСТАВКИ МНОГОПАКЕТНЫХ СООБЩЕНИЙ В TCP-СОЕДИНЕНИИ VPN MPLS-СЕТИ

## ASSESSMENT OF TIMELINESS OF DELIVERY OF A LOT OF PACKET MESSAGES TO TCP-CONNECTION VPN MPLS-NETWORK

### Владимир Анатольевич Цимбал

заслуженный деятель науки РФ  
доктор технических наук, профессор  
ведущий научный сотрудник  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

### Татьяна Алексеевна Исаева

кандидат технических наук, доцент  
заведующая кафедрой «Математики»,  
ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
ул. Бригадная, д. 17  
Тел.: +7(4967)78-58-23

### Евгений Александрович Шуточкин

аспирант  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

### Арнольд Константинович Бернюков

доктор технических наук, профессор  
профессор кафедры  
«Радиотехники и радиосистем»,  
Владимирский государственный университет  
Адрес: 142210, г. Владимир, ул. Горького, д. 87  
Тел.: +7(4922)53-25-75

### Ирина Андреевна Якимова

преподаватель  
ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
ул. Бригадная, д. 17  
Тел.: +7(4967)78-95-00

### Максим Сергеевич Ковалёв

соискатель  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

### Сергей Владимирович Рябцев

соискатель  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

#### Аннотация

В статье рассмотрен процесс информационного обмена в TCP-соединении VPN MPLS-сети, в котором был выделен типовой набор элементов, а именно: маршрутизатор и связанный с ним канал с TCP-соединением. Такой набор был назван типовым звеном MPLS-соединения. Найден ВВХ и ВХ пребывания пакета в типовом звене TCP-соединения VPN MPLS-сети.

**Ключевые слова:** типовое звено, маршрутизатор, TCP-соединение, многопакетное сообщение, система массового обслуживания.

#### Summary

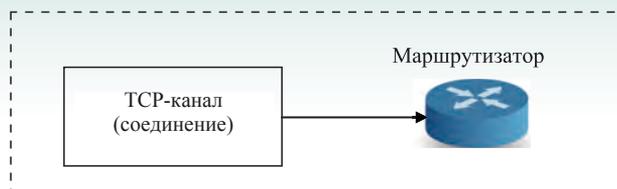
The article considers the process of information exchange in a TCP connection VPN MPLS network, which was allocated a common set of elements, namely: a router and its associated channel with a TCP connection. This set was named model element MPLS connection. I found WWW and stay package in the model link of a TCP connection VPN MPLS network.

**Key words:** standard link, router, TCP connection, multipackage message, system of mass service.

Одной из важных характеристик информационного обмена в TCP-соединении VPN MPLS-сети является оперативность (своевременность) доставки многопакетных сообщений (МПС). Известно, что в TCP-соединении MPLS-сети находятся маршрутизаторы и каналы передачи данных, на которых реализован TCP протокол. Следовательно, каждый пакет МПС будет претерпевать как обработку в маршрутизаторе, так и доставку в канал по TCP-протоколу [2]. И в том, и другом случае каждый пакет в ходе его доставки будет испытывать свою задержку.

В работе [4] дается анализ вероятностно-временных характеристик (ВВХ) и временных характеристик (ВХ) процесса обработки сообщений в маршрутизаторе VPN MPLS-сети. При этом получены выражения для плотности вероятности и функции распределения времени пребывания пакета в маршрутизаторе. В работе [5] исследуется ВВХ и ВХ доставки МПС по TCP-соединению с процедурой «скользящее окно». При этом также получены соответствующие выражения.

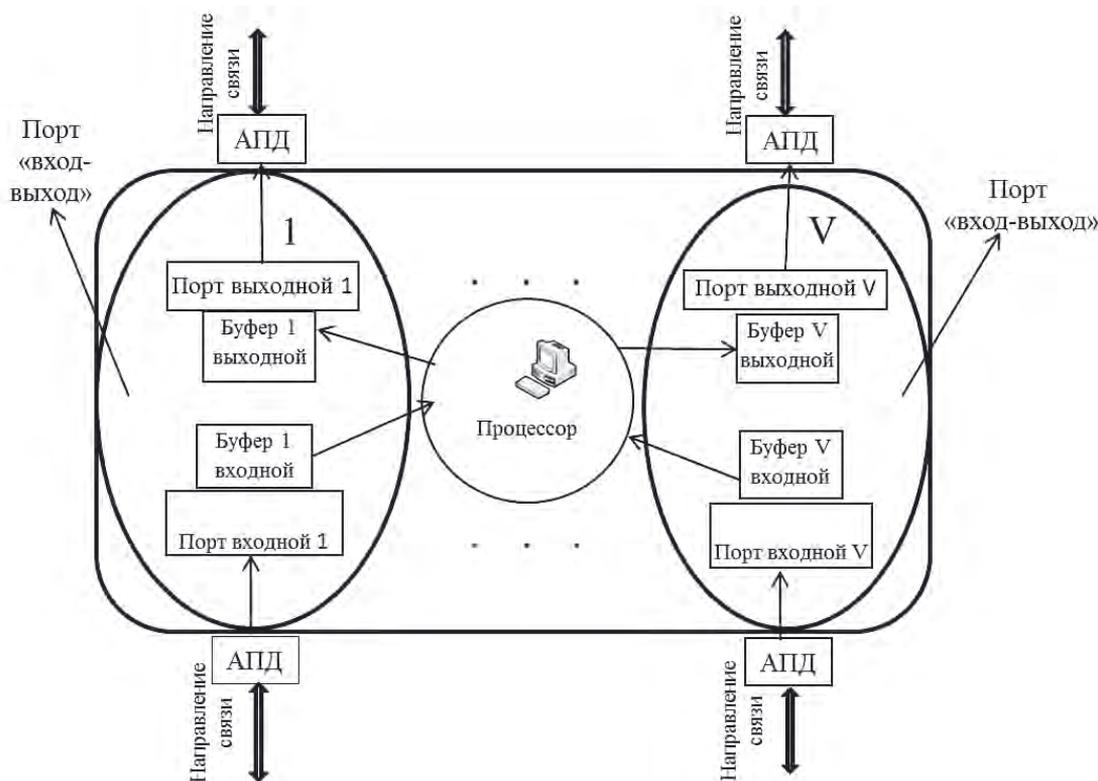
В MPLS-соединении можно выделить типовой набор элементов, а именно: маршрутизатор и связанный с ним канал с TCP-соединением. Назовем такой набор типовым звеном MPLS-соединения. Тогда для нахождения характеристик оперативности в MPLS-соединении, содер-



**Рис. 1.** Структура типового звена «канал – маршрутизатор»

жащем совокупность типовых звеньев, достаточно найти оперативность доставки пакета в одном типовом звене и соответствующим образом обобщить его на случай совокупности типовых звеньев. Типовое звено имеет следующий вид, представленный на рисунке 1. Оно включает последовательно соединенные TCP-канал (соединение) и маршрутизатор.

Нас интересуют характеристики совокупности пребывания пакета в канале и маршрутизаторе, при этом будем полагать, что на входе канала всегда имеется пакет (т.е. канал рассматривается как замкнутая одноканальная СМО). Среднее время доставки пакета по каналу с TCP-соединением  $\Theta$  определяется процедурой доставки и ее параметрами. Нахождению данной величины посвящен ряд работ, базирующихся на теории конечных марковских цепей [3, 6]. Здесь величину  $\Theta$  будем считать извест-



**Рис. 2.** Структура маршрутизатора многоканальной СМО типа M/M/V/m

ной. Тогда интенсивность поступления пакетов из отдельного канала в маршрутизатор  $\lambda$  равна:

$$\lambda = \frac{1}{\Theta}, \quad (1)$$

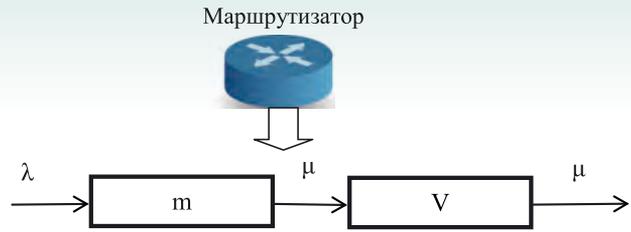
а плотность вероятности распределения времени пребывания пакета в канале TCP-соединения имеет вид:

$$f_1(\tau) = \lambda e^{-\lambda\tau}. \quad (2)$$

Маршрутизатор в MPLS-сети представляет собой совокупность портов входа и выхода, каждый из которых подключен к соответствующему направлению связи (каналу связи) через аппаратуру передачи данных (АПД), при этом каждый порт имеет буфер для входных и выходных пакетов (рисунк 2). Передачу пришедших пакетов к соответствующему выходному порту в соответствии с принятым способом маршрутизации реализует общий процессор. Данная процедура называется обработкой пакетов или маршрутизацией. Процессор обладает общей памятью, которую динамически может перераспределять (добавлять – отнимать) буферам любого из портов [2].

Подчеркнем, что порты маршрутизатора связаны с АПД соответствующих направлений связи. Таким образом, при помощи портов маршрутизатор как принимает входной поток пакетов из сети, так и выдает сформированные потоки пакетов в сеть. Следовательно, маршрутизатор можно рассматривать как систему массового обслуживания (СМО), имеющую количество обслуживающих каналов, равное числу портов ( $V$ ), и общую память в  $m$ -пакетов. При этом на вход такой СМО (считая все входные порты общим входом) поступает общий простейший поток пакетов с интенсивностью  $\lambda$ , а на выходе этой СМО (считая все выходные порты общим выходом) имеется простейший поток пакетов с общей интенсивностью  $\mu$ . Тогда в обозначениях Кендалла данная СМО имеет вид:  $M/M/V/m$ .

Итак, в типовом звене маршрутизатора содержится  $V$  каналов обслуживания и  $m$  мест в оче-



**Рис. 3.** Математическая модель маршрутизатора как СМО

реди (рисунк 3). Будем рассматривать функционирование маршрутизатора для самых напряженных условий: вся очередь занята пакетами, и все каналы заняты обслуживанием и при освобождении одного места в очереди пакетов его тут же занимает новый пакет (следствие замкнутой СМО). Известно, что плотность распределения вероятности времени пребывания пакетов в таком маршрутизаторе имеет вид [4]:

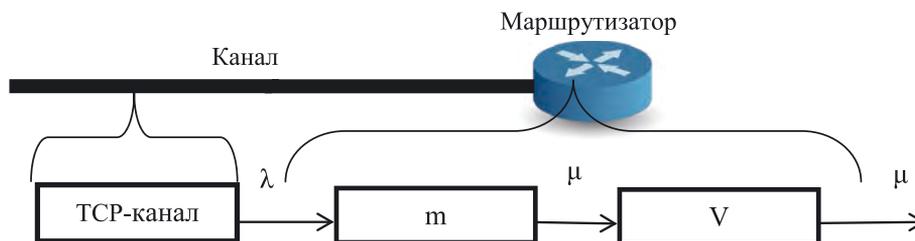
$$f_2(t-\tau) = \frac{\mu \frac{V}{m} \left( e^{-\mu(t-\tau)} - e^{-\frac{\mu V}{m}(t-\tau)} \right)}{\frac{V}{m} - 1} \quad (3)$$

Найдем ВВХ и ВХ пребывания пакета в типовом звене TCP-соединения. Для определения плотности вероятности времени  $t$ , т.е. суммы двух независимых случайных величин  $\tau$  и  $t-\tau$ , выполним свертку [1]:

$$f(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau. \quad (4)$$

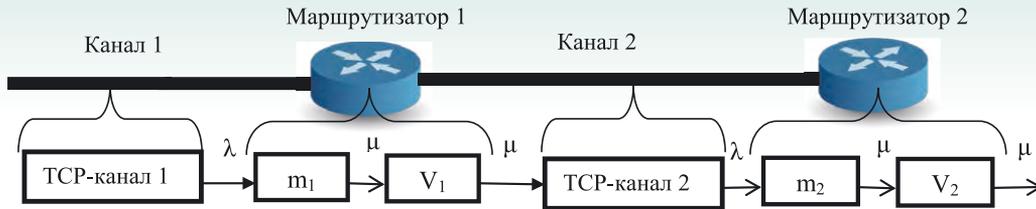
Получим, что плотность распределения вероятности времени пребывания пакета  $t$  в типовом звене (рисунк 4) имеет вид:

$$f(t) = \frac{\lambda \mu \frac{V}{m}}{\frac{V}{m} - 1} \left( \frac{1}{\mu - \lambda} \left( e^{-\lambda t} - e^{-\mu t} \right) - \frac{1}{\mu \frac{V}{m} - \lambda} \left( e^{-\lambda t} - e^{-\frac{\mu V}{m} t} \right) \right) \quad (5)$$



**Рис. 4.** Математическая модель одного звена как СМО

# РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ



**Рис. 5.** . Математическая модель двух звеньев как общая СМО

Функция распределения времени пребывания пакета одном звене:

$$F(z) = \frac{\lambda \mu \frac{V}{m}}{\frac{V}{m} - 1} \left( \frac{\mu - \mu \frac{V}{m}}{\lambda(\lambda - \mu) \left( \lambda - \mu \frac{V}{m} \right)} e^{-\lambda z} + \frac{1}{\mu(\mu - \lambda)} e^{-\mu z} - \frac{1}{\mu \frac{V}{m} \left( \mu \frac{V}{m} - \lambda \right)} e^{-\mu \frac{V}{m} z} + \frac{1}{\mu \lambda} - \frac{1}{\lambda \mu \frac{V}{m}} \right). \quad (6)$$

Аналогичным образом найдем плотность распределения вероятности времени  $t$  пребывания пакета в двух типовых звеньях (рисунки 5):

$$\begin{aligned} f(t) = & \frac{\lambda_1 \mu_1 \frac{V_1}{m_1}}{\frac{V_1}{m_1} - 1} \cdot \frac{\lambda_2 \mu_2 \frac{V_2}{m_2}}{\frac{V_2}{m_2} - 1} \cdot \left( \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} - \frac{1}{\mu_1 \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \right) \cdot \left( \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \right) \cdot \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \left( e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) - \\ & \left( \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} - \frac{1}{\mu_1 \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \right) \cdot \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \left( e^{-\lambda_1 t} - e^{-\mu_2 t} \right) + \left( \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} - \frac{1}{\mu_1 \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \right) \cdot \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \lambda_1} \left( e^{-\lambda_1 t} - e^{-\mu_2 \frac{V_2}{m_2} t} \right) - \\ & \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} \left( \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \right) \cdot \frac{1}{\lambda_2 - \mu_1} \left( e^{-\mu_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right) + \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} \cdot \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \cdot \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \mu_1} \cdot \\ & \left( e^{-\mu_1 t} - e^{-\mu_2 \frac{V_2}{m_2} t} \right) + \frac{1}{\mu_1 \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \left( \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \right) \cdot \frac{1}{\lambda_2 - \mu_1 \frac{V_1}{m_1}} \left( e^{-\mu_1 \frac{V_1}{m_1} t} - e^{-\lambda_2 t} \right) - \frac{1}{\mu_1 \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \cdot \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \cdot \frac{1}{\mu_2 - \mu_2 \frac{V_1}{m_1}} \left( e^{-\mu_1 \frac{V_1}{m_1} t} - e^{-\mu_2 t} \right) + \\ & + \frac{1}{\mu_1 \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \cdot \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \cdot \frac{1}{\mu_2 \frac{V_2}{m_2} - \mu_1 \frac{V_1}{m_1}} \left( e^{-\mu_1 \frac{V_1}{m_1} t} - e^{-\mu_2 \frac{V_2}{m_2} t} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда функция распределения времени пребывания пакета в двух звеньях имеет вид:

$$\begin{aligned}
 F(t) = & \frac{\lambda_1 \mu_1 \frac{V_1}{m_1}}{\frac{V_1}{m_1} - 1} \cdot \frac{\lambda_2 \mu_2 \frac{V_2}{m_2}}{\frac{V_2}{m_2} - 1} \cdot \left( \left( \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} - \frac{1}{\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \right) \cdot \left( \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \right) \cdot \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot (e^{-\lambda_1 z} - 1) + \frac{1}{\lambda_2} (e^{-\lambda_2 z} - 1) \right) - \\
 & - \left( \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} - \frac{1}{\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \right) \cdot \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} \cdot \frac{1}{\mu_2 - \lambda_1} \cdot \left( -\frac{1}{\lambda_1} \cdot (e^{-\lambda_1 z} - 1) + \frac{1}{\mu_2} (e^{-\mu_2 z} - 1) \right) + \left( \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} - \frac{1}{\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \right) \cdot \\
 & \cdot \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \cdot \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} - \lambda_1} \cdot \left( -\frac{1}{\lambda_1} \cdot (e^{-\lambda_1 z} - 1) + \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2}} \cdot (e^{-\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} z} - 1) \right) - \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} \cdot \left( \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} - \lambda_1} \right) \cdot \\
 & \cdot \frac{1}{\lambda_2 - \mu_1} \cdot \left( -\frac{1}{\mu_1} (e^{-\mu_1 z} - 1) + \frac{1}{\lambda_2} (e^{-\lambda_2 z} - 1) \right) + \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} \cdot \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} \cdot \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} \cdot \left( -\frac{1}{\mu_1} \cdot (e^{-\mu_1 z} - 1) + \frac{1}{\mu_2} \cdot (e^{-\mu_2 z} - 1) \right) - \\
 & - \frac{1}{\mu_1 - \lambda_1} \cdot \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \cdot \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} - \mu_1} \cdot \left( -\frac{1}{\mu_1} (e^{-\mu_1 z} - 1) + \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2}} \cdot (e^{-\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} z} - 1) \right) + \frac{1}{\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \cdot \\
 & \cdot \left( \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} - \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \right) \cdot \frac{1}{\lambda_2 - \mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1}} \cdot \left( -\frac{1}{\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1}} \cdot (e^{-\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1} z} - 1) + \frac{1}{\lambda_2} (e^{-\lambda_2 z} - 1) \right) - \\
 & - \frac{1}{\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \cdot \frac{1}{\mu_2 - \lambda_2} \cdot \frac{1}{\mu_2 - \mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1}} \cdot \left( -\frac{1}{\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1}} \cdot (e^{-\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1} z} - 1) + \frac{1}{\mu_2} (e^{-\mu_2 z} - 1) \right) + \\
 & + \frac{1}{\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1} - \lambda_1} \cdot \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} - \lambda_2} \cdot \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} - \mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1}} \cdot \left( -\frac{1}{\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1}} \cdot (e^{-\mu_1 \cdot \frac{V_1}{m_1} z} - 1) + \frac{1}{\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2}} \cdot (e^{-\mu_2 \cdot \frac{V_2}{m_2} z} - 1) \right). \tag{8}
 \end{aligned}$$

Для проверки соответствия аналитических выражений физическому смыслу исследуемого процесса были проведены численные расчеты ВВХ пребывания пакета в типовом соединении при следующих исходных данных:

- количество типовых звеньев в направлении связи – 2;
- число передаваемых сегментов – 1;
- длина сегмента 4096 бит;
- скорость передачи в каналах связи: 2048x10<sup>3</sup> бит/с (E1); 4096x10<sup>3</sup> бит/с (E2); 8192x10<sup>3</sup> бит/с (E3); 2488,32x10<sup>6</sup> бит/с (STM-16);

- вероятность ошибки на единичный символ – 10<sup>-6</sup>;

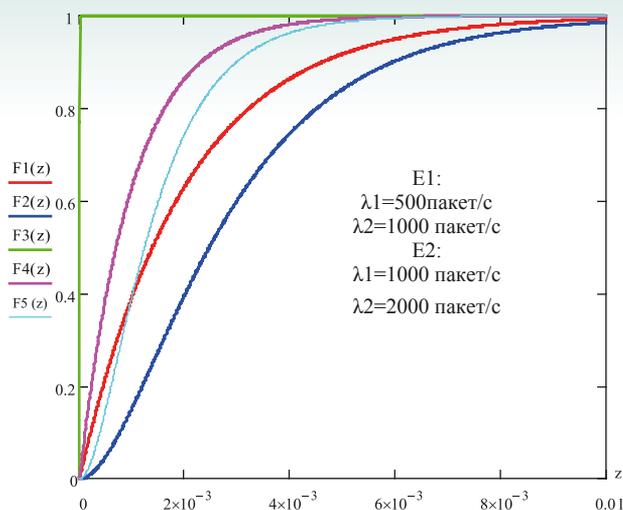
- маршрутизатор имеет производительность по обработке пакетов – μ=250000 пакет/с;

- вероятность потери пакета в маршрутизаторе – 10<sup>-3</sup>;

- число мест в очереди пакетов маршрутизатора – 50;

- количество портов входа – выхода – 64.

Результаты расчетов ВВХ пребывания пакетов представлены на графиках (рисунки 6, 7).



**Рис. 6.** График ВВХ пребывания пакета в типовом соединении при скорости передачи в каналах связи:  $2048 \times 10^3$  бит/с (E1);  $4096 \times 10^3$  бит/с (E2)

При этом на графиках введены следующие обозначения:

$F1(z)$  – функция распределения времени пребывания пакета в одном звене (для скорости E1, E3).

$F2(z)$  – функция распределения времени пребывания пакета в двух звеньях (для скорости E1, E3).

$F3(z)$  – функция распределения времени пребывания пакета в одном маршрутизаторе.

$F4(z)$  – функция распределения времени пребывания пакета в одном звене (для скорости E2, STM-16).

$F5(z)$  – функция распределения времени пребывания пакета в двух звеньях (для скорости E2, STM-16).

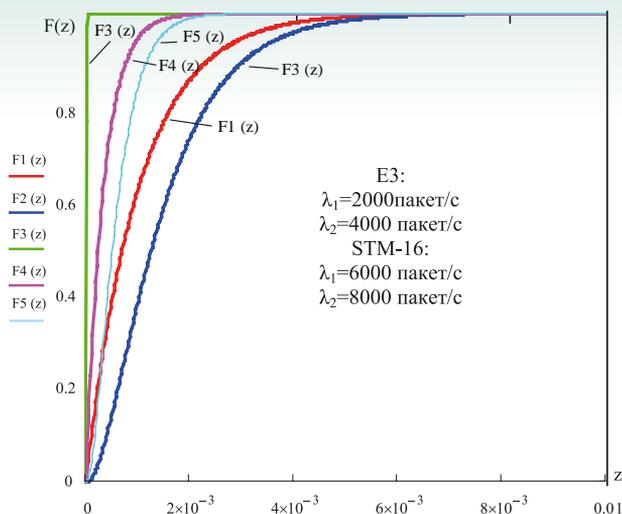
По графикам можно сделать следующие выводы:

1. С увеличением скорости передачи информации в канале связи искомые ВВХ существенно улучшаются.

2. С увеличением числа звеньев в логическом соединении ВВХ ухудшаются.

3. ВВХ пребывания пакета в отдельном маршрутизаторе гораздо выше, чем ВВХ пребывания пакета в типовом звене, что подтверждает известный вывод о том, что канал есть более инерционное звено, нежели отдельный маршрутизатор.

Таким образом, данная модель является адекватным инструментом оценки своевремен-



**Рис. 7.** График ВВХ пребывания пакета в типовом соединении при скорости передачи в каналах связи:  $8192 \times 10^3$  бит/с (E3);  $2488 \times 10^6$  бит/с (STM-16)

ности доставки многопакетных сообщений в TCP-соединении, и может быть использована при принятии решения при выборе конкретного типа маршрутизатора для логических соединений той или иной VPN MPLS-сети.

### Литература

1. Вентцель Е.С. Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука, 2003. 564 с.
2. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы / СПб.: Питер, 2012. 943 с.
3. Цимбал В.А. Информационный обмен в сетях передачи данных. Марковский подход: монография. М.: Вузовская книга, 2014. 144 с.: ил.
4. Якимова И.А. Математическая модель обработки IP-пакетов в маршрутизаторе VPN MPLS сети / В.А. Цимбал, Т.А. Исаева, В.Е. Тоискин, С.В. Рябцев // Междун. конф. «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий» (RES-2014); Доклады; Серия: науч. конф. посвящ. Дню радио / Рос. науч.-техн. общ. радиотехн., электрон. и связи им. А.С. Попова. М.: ООО «Брис-М», 2014. Вып. LXIX. С. 114–118.
5. Цимбал В.А. Математическая модель доставки многопакетных сообщений в соединении «точка-точка» на сети передачи данных с процедурой «скользящее окно» / В.А. Цимбал, Л.Н. Косарева, Т.А. Исаева, С.Е. Потапов, И.Н. Ваганов // Известия Института инженерной физики, 2009. №3(13) С. 13–19.
6. Якимова И.А. Марковский подход к нахождению характеристик информационного обмена в сетях передачи данных с протоколом TCP / В.Е. Тоискин, С.Г. Кабанович, А.А. Солохин, И.А. Якимова // Глобальный научный потенциал, 2015. №5 С. 79–83.

УДК 654.02

## МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ САМОПОДОБНЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ METHOD OF MODELLING OF SELF-SIMILAR PROCESSES IN TELECOMMUNICATION SYSTEMS

**Денис Анатольевич Ковальков**

*кандидат технических наук, доцент*

начальник кафедры  
ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)  
Адрес: 142210, Московская обл.,  
г. Серпухов, ул. Бригадная, 17  
Тел.: +7(4967)72-19-11

### Аннотация

Последние исследования различных типов сетевого трафика убедительно доказывают, что сетевой трафик является самоподобным (self-similar) или фрактальным (fractal) по своей природе. Для учета фрактальных свойств пульсирующего трафика при моделировании часто используется распределение Парето. Из этого следует, что широко используемые в настоящее время методы моделирования и расчета характеристик телекоммуникационных систем, основанные на классических марковских моделях, не дают адекватной картины происходящего. В статье предлагается метод, позволяющий использовать классические методы исследования процессов в телекоммуникационных системах в условиях фрактального трафика. Показана практическая возможность применения предложенного подхода при моделировании канала случайного множественного доступа.

**Ключевые слова:** самоподобие, фрактальный трафик, распределение Парето, система массового обслуживания, процесс гибели и размножения, канал случайного множественного доступа.

### Summary

Recent studies of different types of network traffic convincingly argue that network traffic is self-similar or fractal in nature. To account for the fractal properties of bursty traffic is often used when modeling the Pareto distribution. It follows from this that is widely used in current methods of modeling and calculating the characteristics of telecommunication systems based on classical Markov models, do not give an adequate picture of what is happening. The paper proposes a method to use the classic methods of research processes in telecommunication systems in the conditions of self-similar traffic. It demonstrated the feasibility of the proposed method for modeling the channel random multiple access.

**Key words:** self-similarity, fractal traffic, Pareto distribution, queuing system, the process of birth and death, the channel random multiple access.

Адекватное представление нагрузки на системы массового обслуживания (СМО), которыми описываются многие процессы в телекоммуникационных системах и сетях, является одной из важнейших задач. Многочисленные исследования последних лет [2, 3, 6, 7, 8] показывают, что трафик современных телекоммуникационных систем интегрального обслужива-

ния носит самоподобный или, как его еще называют, фрактальный характер. Известно множество, как экспериментальных, так и теоретических исследований в этой области. Учет фрактальных свойств трафика позволит более точно описать его, что в свою очередь, обеспечит возможность получать более точные характеристики СМО. Однако многие модели СМО разрабо-

таны на предположении марковости входного потока заявок и потока обслуживания. В случае фрактального входного потока использовать эти модели нельзя. В данной статье будет рассмотрен метод, позволяющий использовать марковскую теорию СМО для входного потока заявок, описываемого распределением Парето. Данные исследования являются продолжением исследований проведенных в [6].

Рассмотрим поток событий, в котором интервалы времени между соседними событиями являются случайной величиной с плотностью распределения вида

$$f_{[t]}(t) = \frac{\alpha b^\alpha}{(t+b)^{\alpha+1}}. \quad (1)$$

Распределение вида (1) является распределением Парето, сдвинутым в начало координат (трехпараметрическое распределение Парето [4]), с областью определения  $(0, \infty)$ . Тогда математическое ожидание и дисперсия интервала времени между заявками будет равняться

$$M[t] = \frac{\alpha b}{\alpha - 1} - b, \alpha > 1 \text{ и } D[t] = \frac{\alpha b^2}{(\alpha - 1)^2 (\alpha - 2)}, \alpha > 2$$

соответственно [4].

Представим данный поток дважды стохастическим пуассоновским потоком, у которого интервалы времени между событиями имеют показательный закон с плотностью распределения  $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ , где  $\lambda$  – случайный параметр распределения. В этом случае закон распределения параметра  $\lambda$  находится из интегрального уравнения, выражающего частную функцию распределения случайной величины  $t$

$$\frac{\alpha b^\alpha}{(t+b)^{\alpha+1}} = \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} f_{[\lambda]}(\lambda) d\lambda. \quad (2)$$

Используя преобразование Лапласа и его свойства, нетрудно получить решение данного уравнения в виде

$$f_{[\lambda]}(\lambda) = \frac{b^\alpha \lambda^{\alpha-1} e^{-b\lambda}}{\bar{A}(\alpha)}. \quad (3)$$

Выражение (3) есть не что иное, как функция плотности гамма-распределения. Аналогичные результаты приведены в [1, 2].

**Утверждение.** Функция  $f_{[\lambda]}(\lambda)$  является безусловной функцией распределения случайного параметра  $\lambda$ .

**Доказательство.** Рассмотрим систему двух случайных величин  $(t, \lambda)$  с плотностью распределения

$$f(t, \lambda) = \lambda e^{-\lambda t} f_{[\lambda]}(\lambda) = \lambda e^{-\lambda t} \frac{b^\alpha \lambda^{\alpha-1} e^{-b\lambda}}{\bar{A}(\alpha)}. \quad (4)$$

Выразим плотность распределения величины  $\lambda$ , входящую в систему, через плотность распределения системы

$$f_2(\lambda) = \int_0^\infty f(t, \lambda) dt = \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} \frac{b^\alpha \lambda^{\alpha-1} e^{-b\lambda}}{\bar{A}(\alpha)} dt = \frac{b^\alpha \lambda^\alpha e^{-b\lambda}}{\bar{A}(\alpha)} \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt \quad (5)$$

Так как  $\int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \lambda^{-1}$  окончательно получаем

$$f_2(\lambda) = \frac{b^\alpha \lambda^\alpha e^{-b\lambda}}{\lambda \bar{A}(\alpha)} = \frac{b^\alpha \lambda^{\alpha-1} e^{-b\lambda}}{\bar{A}(\alpha)} = f_{[\lambda]}(\lambda), \quad (6)$$

что и требовалось доказать.

**Следствие.** Условным законом распределения случайной величины  $t$  при условии, что  $\lambda$  примет конкретное значение, является показательный закон с плотностью распределения

$$f(t|\lambda) = \frac{f(t, \lambda)}{f_{[\lambda]}(\lambda)} = \lambda e^{-\lambda t}. \quad (7)$$

Данное утверждение и следствие из него обосновывает возможность использования марковских моделей СМО для нахождения их параметров для случая входного потока, описываемого распределением Парето (1). Иными словами, если известны характеристики марковской СМО как функции от интенсивности входного потока  $\lambda$

$$\theta = q(\lambda), \quad (8)$$

то, используя (3), с помощью выражения

$$\theta_{[Pr]} = \int_0^\infty q(\lambda) f_{[\lambda]}(\lambda) d\lambda, \quad (9)$$

можно получить искомые характеристики.

Однако практическое использование (9) возможно, если функция  $q(\lambda)$  получена в явном виде, что имеет место для относительно простых СМО. В других случаях применение рассматриваемого подхода является проблематичным.

Для преодоления этой проблемы аппроксимируем функцию плотности  $f_{[\lambda]}(\lambda)$  следующим образом.

Рассмотрим классический процесс гибели и размножения [5] с наложением на нее метрики интенсивностей, то есть каждому состоянию процесса поставим в соответствие дискретизированную интенсивность частного простейшего потока (рисунк 1).

Имея в распоряжении размеченный таким образом граф состояний, можно легко написать уравнения Колмогорова для вероятностей состояний, а также написать алгебраические уравнения для финальных вероятностей:

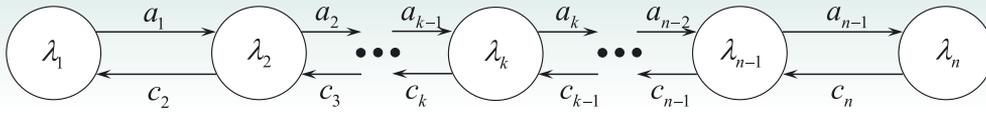


Рис. 1

$$\begin{cases} a_1 p_{\lambda 1} = c_2 p_{\lambda 2} \\ a_2 p_{\lambda 2} = c_3 p_{\lambda 3} \\ \dots \\ a_k p_{\lambda k} = c_{k+1} p_{\lambda k+1} \\ \dots \\ a_{n-1} p_{\lambda n-1} = c_n p_{\lambda n} \end{cases} \quad (10)$$

Для достижения требуемой вероятности состояний процесса  $p_{\lambda k}, k = \overline{1, n}$ , необходимо решить систему уравнений (10) относительно неизвестных интенсивностей переходов  $a_i, i = \overline{1, n-1}$  и  $c_j, j = \overline{2, n}$ . Очевидно, что таких решений системы будет бесконечное множество, но нам необходимо только одно и при том любое. В этом случае поступим следующим образом. Из первого уравнения системы (10) выразим  $p_{\lambda 1}$ , из второго –  $p_{\lambda 2}$  и т.д.

$$p_{\lambda 1} = \frac{c_2}{a_1} p_{\lambda 2}, p_{\lambda 2} = \frac{c_3}{a_2} p_{\lambda 3}, \dots, p_{\lambda n-1} = \frac{c_n}{a_{n-1}} p_{\lambda n} \quad (11)$$

Чтобы выполнялись равенства (11) необходимо, чтобы отношения

$$\frac{c_{k+1}}{a_k}, k = \overline{1, n-1}$$

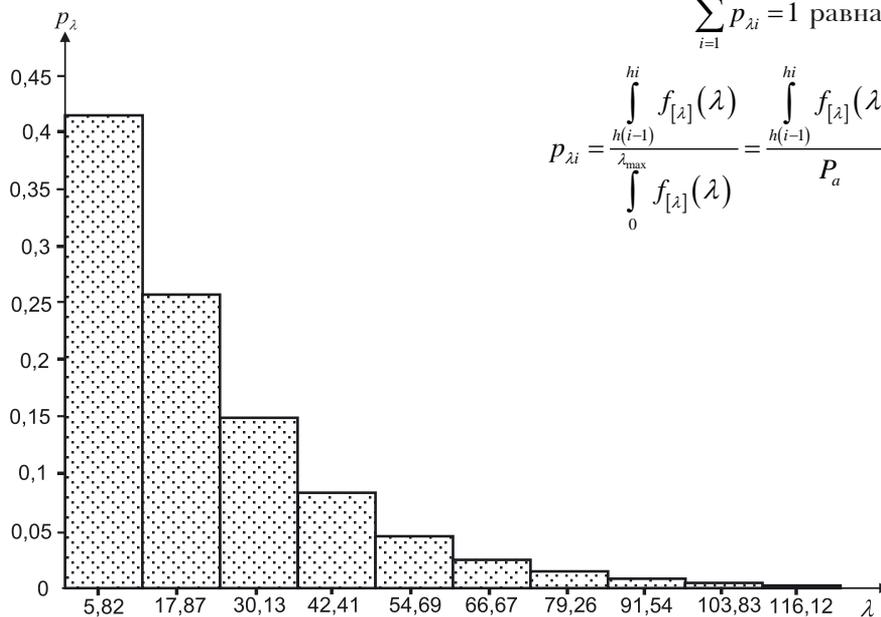


Рис. 2

были пропорциональны отношениям вероятностей  $\frac{p_{\lambda k}}{p_{\lambda k+1}}, k = \overline{1, n-1}$ .

Тогда в качестве искомого решения можно принять  $a_k = p_{\lambda k+1} \cdot c_{k+1} = p_{\lambda k}, k = \overline{1, n-1}$ .

Таким образом, в стационарном режиме этот процесс будет представлять собой ряд распределения дискретизированной случайной величины  $\lambda$ .

Для определения метрики и вероятностей рассматриваемого процесса гибели и размножения представим функцию плотности распределения (3) в виде гистограммы. Так как функция  $f_{[\lambda]}(\lambda)$  определена на интервале от 0 до бесконечности, то для ее аппроксимации гистограммой (рядом распределения) необходимо ограничить интервал аппроксимации от 0 до некоторого  $\lambda_{\max} = F_{[\lambda]}^{-1}(P_a)$ , где  $F_{[\lambda]}^{-1}(P_a)$  – функция, обратная функции распределения случайной интенсивности  $\lambda$ ,  $P_a$  – вероятность, задающая участок практически возможных значений случайной величины. Например, по аналогии с правилом «трех сигм» для нормального закона распределения, можно принять  $P_a = 0,9973$ .

Пусть  $n$  число интервалов, на которое разбивается область  $(0, \lambda_{\max})$  с шагом  $h = \frac{\lambda_{\max}}{n}$ . Тогда вероятность попадания случайной величины  $\lambda$  в интервалы  $(h(i-1), hi), i = \overline{1, n-1}$  с учетом условия нормировки:

$$\sum_{i=1}^n p_{\lambda i} = 1 \text{ равна}$$

$$p_{\lambda i} = \frac{\int_{h(i-1)}^{hi} f_{[\lambda]}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\lambda_{\max}} f_{[\lambda]}(\lambda) d\lambda} = \frac{\int_{h(i-1)}^{hi} f_{[\lambda]}(\lambda) d\lambda}{P_a} \quad (12)$$

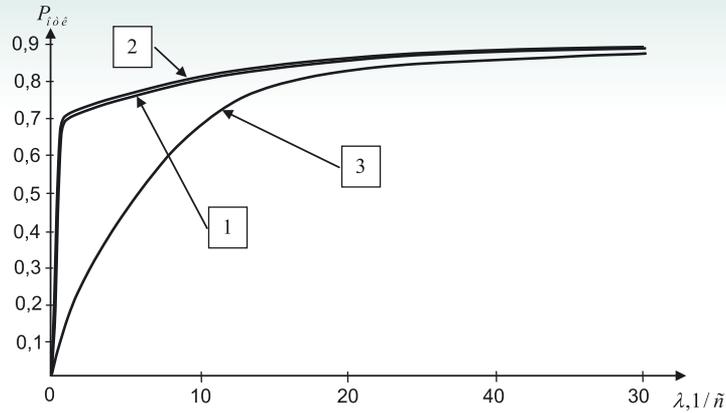


Рис. 3

Интенсивности в метрике определим как средневзвешенные на каждом интервале

$$\lambda_i = \frac{\int_{h(i-1)}^{hi} \lambda f_{[\lambda]}(\lambda) d\lambda}{P_{\lambda i}} \quad (13)$$

На рисунке 2 показана аппроксимация функции  $f_{[\lambda]}(\lambda)$  для  $n=10, a=1,1, b=0,05$ .

Необходимо отметить, что полученная аппроксимация хорошо согласуется с классическими моделями марковских СМО.

На рисунке 3 показаны зависимости вероятности отказа для одноканальной СМО с отказами, рассчитанные для потока, описываемого распределением Парето по различным моделям:

1. По модели с использованием выражения (9).

2. По модели с использованием предложенной аппроксимации функции  $f_{[\lambda]}(\lambda)$ .

3. По классической модели, изложенной в [5], в которой интенсивность входного потока рассчитывалась по формуле

$$\lambda = \frac{1}{M_{Pr}[t]},$$

где  $M_{Pr}[t]$  – математическое ожидание распределения Парето.

Рассмотрим применение данного метода для моделирования канала случайного множественного доступа, который функционирует следующим образом. На вход системы поступает фрактальный поток заявок. Заявка, заставшая канал свободным, занимает его для обслуживания в течение случайного времени, распределенного по экспоненциальному закону с пара-

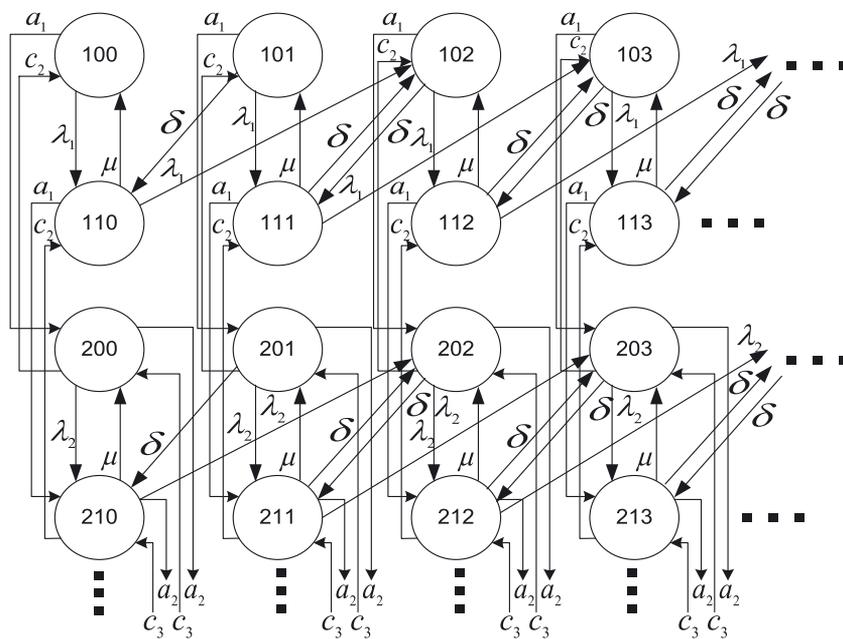


Рис. 4

метром  $\mu$ . По завершении успешного обслуживания заявка «покидает» канал. Если во время обслуживания некоторой заявки поступает другая, то в канале возникает конфликт и обе заявки переходят в режим разрешения конфликта, то есть заявка с интенсивностью  $\delta$  вновь поступает в канал.

Функционирование такого канала, с учетом выше рассмотренного подхода, может быть описан марковским процессом с дискретными состояниями и непрерывным временем, граф которого представлен на *рисунке 4*.

На *рисунке 4* состояния процесса обозначены тройкой  $ijk$ , где  $i$  – номер дискретизированной случайной величины  $\lambda$ ,  $j$  – состояние канала (1 – канал занят, 0 – свободен),  $k$  – количество заявок находящихся в режиме разрешения конфликта.

Основными недостатками данного метода являются:

- приближенный характер оценки;
- максимальная точность достигается в установившемся стационарном режиме функционирования СМО;
- увеличение размерности марковской модели СМО.

Однако эти недостатки носят частный характер и имеют свои решения, выходящие за рамки данной статьи.

### Литература

1. Аксенов Б.Е., Александров А.М., Баканов А.Н. Применение обобщенного пуассоновского потока к исследованию методов повышения достоверности // Проблемы передачи информации, 1973. №3. С. 80-86.
2. Александров А.М. Рандомизированные модели цифрового телетрафика // Электросвязь, 2010. №6. С. 41-43.
3. Бахарева Н.Ф., Карташевский И.В., Тарасов В.Н. Анализ и расчет непуассоновских моделей трафика в сетях ЭВМ // Инфокоммуникационные технологии, 2009. Том 7, № 4. С. 61-66.
4. Бостанджиян В.А. Пособие по статистическим распределениям. Черноголовка. Редакционно-издательский отдел ИПХВ РАН, 2013. 1060 с.
5. Венцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. 2-е изд., стер. М.: Наука. Гл. ред. Физ. мат., 1988. 208 с.
6. Ковальков Д.А. Метод учета фрактальности трафика в пессимистическом варианте при исследовании телекоммуникационных систем // Информация и космос, 2010. №3. С.61-64.
7. Ковальков Д.А., Чистопрудов Д.А., Микляев В.С. Метод идентификации параметров распределения Парето по эмпирическим данным // Проблемы эффективности и безопасности функционирования сложных технических и информационных систем: Труды. XXXIII Всероссийской НТК. Ч.5. Серпухов: ФВА РВСН им. Петра Великого, 2014. С. 152-156.
8. Пшеничников А.П., Полосухин М.Б. Анализ и моделирование потоков самоподобного трафика реального времени на мультисервисной сети связи // Электросвязь, 2011. №1. С. 24-26.

## РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

УДК 621.39

**НАХОЖДЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОДСИСТЕМЫ КАДРОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ С ВРЕМЕННЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ КАНАЛОВ И ШПС-ФМ СИНХРОСИГНАЛАМИ В СЕТИ РАДИОСВЯЗИ МЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА С ПОДВИЖНЫМИ ОБЪЕКТАМИ**

**FINDING THE OPTIMAL PARAMETERS OF THE FRAME SYNCHRONIZATION SUBSYSTEM WITH TIME DIVISION MULTIPLEXING AND NLS-FM CLOCK SIGNALS IN THE VHF RANGE RADIO NETWORK WITH MOBILE OBJECTS**

**Дмитрий Вячеславович Смирнов**

*доктор технических наук, доцент*

Генеральный директор –  
Первый Вице-президент МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93  
E-mail: dv\_smr@mail.ru

**Сергей Сергеевич Чайков**

*кандидат технических наук  
заместитель начальника кафедры  
ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)  
Адрес: 142202, Московская обл.,  
г. Серпухов, ул. Бригадная, д. 17  
Тел.: +7(916)674-89-83  
E-mail: ss\_chay@mail.ru*

**Сергей Александрович Бекренёв**

*научный сотрудник  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93*

### Аннотация

В статье представлена математическая модель для нахождения оптимальных параметров подсистемы кадровой синхронизации сети связи с подвижными объектами при ограничениях, наложенных на коэффициент кадровой эффективности и коэффициент готовности.

**Ключевые слова:** кадровая синхронизация, временное разделение каналов, сеть связи с подвижными объектами, оптимизация.

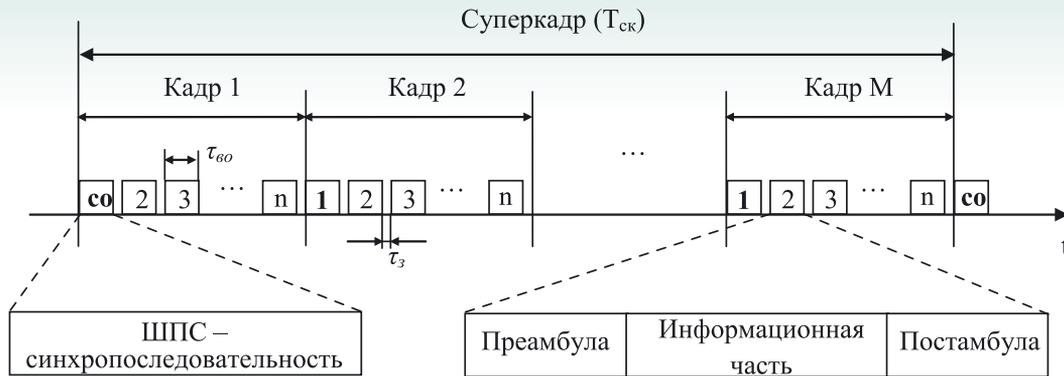
### Summary

In article a mathematical model is presented for being of optimal parameters of subsystem of skilled synchronization of communication network with movable objects at the limitations imposed on the coefficient of skilled efficiency and coefficient of readiness.

**Key words:** frame synchronization, time division multiplexing, the network mobile communications, optimization.

Использование радиосетей метрового диапазона для организации связи с подвижными объектами в различных ведомствах в настоящее время получило достаточно широкое распространение [1, 2, 5]. Одним из недостатков таких радиосетей является малая канальная емкость радионаправлений. Современные достижения в обла-

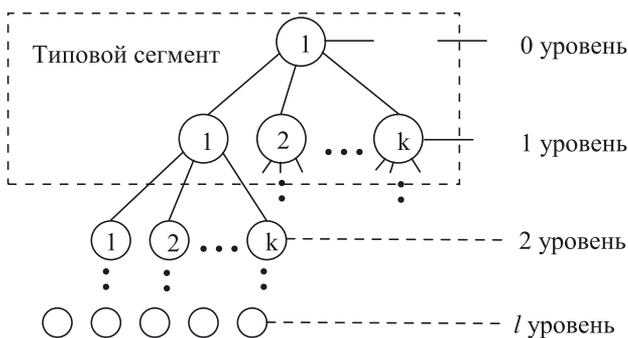
сти цифровых инфотелекоммуникационных технологий позволяют повысить скорость передачи данных в радиолинии метрового диапазона на порядок без увеличения вероятности ошибки на бит передаваемой информации. Отдельные попытки повысить эффективность информационного обмена на канальном уровне предприня-



**Рис. 1.** Структура временной последовательности в системах связи с временным разделением каналов

ты в [7]. Это обстоятельство позволяет организовать в сети разделение каналов, что повысит их число в каждом радионаправлении. Реализовать кодовое разделение каналов при скорости основного информационного потока в радионаправлении порядка 16 Кбит/с не представляется возможным и требует дополнительных исследований [6]. С учетом этого целесообразно применить механизм временного разделения каналов в сети. Структура временной последовательности при этом будет иметь вид, представленный на рисунке 1.

Реализация процедуры временного разделения каналов в сети требует четкой кадровой синхронизации узлов коммутации (УК) сети между собой. Задача обеспечения и поддержания кадрового синхронизма между УК сети решается подсистемой кадровой синхронизации (ПКС) путем передачи сигналов кадровой синхронизации (СКС). В радиосетях военного назначения для затруднения анализа структуры передаваемых сигналов СКС как правило есть совокупность псевдослучайных двоичных последовательностей (ПСП). Для сети иерархической структуры, представленной в общем виде на рисунке 2, процедуру установления кадро-



**Рис. 2.** Топология радиосети иерархической структуры

вого синхронизма целесообразно проводить в каждом типовом сегменте (ТС) сети независимо. Наиболее важными вероятностными характеристиками процесса установления и поддержания кадрового синхронизма является вероятность установления кадрового синхронизма в сети и вероятность установления ложного кадрового синхронизма в сети. Они необходимы для оценки эффективности функционирования ПКС сети, что особенно важно при наличии подвижных абонентов.

При нахождении данных характеристик можно выделить следующие уровни установления кадрового синхронизма: в радионаправлении, в типовом сегменте сети, во всей радиосети.

Процесс установления кадрового синхронизма в радионаправлении (точка-точка) зависит от следующих параметров:

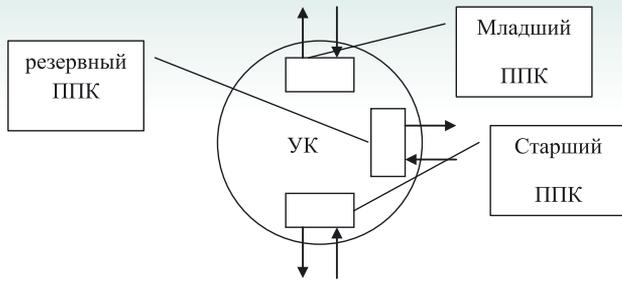
- 1) вероятность ошибки на бит передаваемой информации ( $\phi_0$ );
- 2) длина СКС ( $L_{\text{скс}}$ );
- 3) длина ПСП ( $L_{\text{псп}}$ );
- 4) число ПСП в СКС ( $N_{\text{псп}} = \frac{L_{\text{скс}}}{L_{\text{псп}}}$ );
- 5) цифровые пороги обнаружения СКС ( $P_{\text{скс}}$ ) и ПСП ( $P_{\text{псп}}$ ).

Установление кадрового синхронизма в радионаправлении – это событие, заключающееся в правильном приеме числа ПСП из состава СКС, не меньшем порога обнаружения СКС ( $P_{\text{скс}}$ ). Вероятность такого события может быть найдена по формуле:

$$P_{\text{уст кс}}^{P/n} = \sum_{i=P_{\text{скс}}}^{N_{\text{псп}}} C_i^{N_{\text{псп}}} P_{\text{пр псп}}^i (1 - P_{\text{пр псп}})^{N_{\text{псп}} - i}, \quad (1)$$

где  $P_{\text{пр псп}}$  – вероятность правильного приема одной ПСП.

Правильный прием одной ПСП – это событие, заключающееся в правильном приеме числа бит ПСП не меньшего, чем порог обнаруже-



**Рис. 3.** Типовой состав оборудования УК

ния ПСП ( $P_{псп}$ ). Вероятность такого события может быть найдена по формуле:

$$P_{пр\ псп} = \sum_{i=1}^{L_{псп}} C_i^{L_{псп}} (1 - p_o)^i (p_o)^{L_{псп} - i}. \quad (2)$$

Анализ показал [3, 6], что на вероятность установления кадрового синхронизма в ТС сети оказывает влияние число подчиненных УК ТС сети ( $k$ ) – норма управляемости для иерархических структур. Учитывая, что установление кадрового синхронизма в ТС сети – это событие, заключающееся в правильном установлении кадрового синхронизма во всех радионаправлениях ТС, вероятность установления кадрового синхронизма в ТС сети можно найти по формуле:

$$P_{уст\ кс}^{ТС} = \left( P_{уст\ кс}^{P/и} \right)^k. \quad (3)$$

На вероятность установления кадрового синхронизма в сети оказывает влияние число уровней иерархии сети ( $l$ ). Учитывая, что установление кадрового синхронизма в сети – это событие, заключающееся в правильном установлении кадрового синхронизма во всех ТС сети (4),

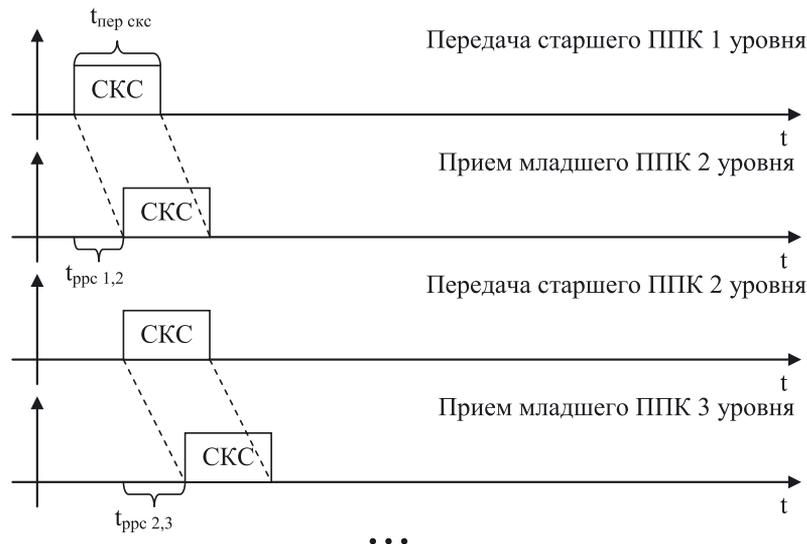
вероятность установления кадрового синхронизма в сети можно найти по формуле (5). При этом необходимо сделать допущение об одновременном установлении кадрового синхронизма во всех ТС сети.

$$N^{ТС} = \sum_{i=0}^{l-1} k^i. \quad (4)$$

$$P_{уст\ кс}^{сети} = \left( P_{уст\ кс}^{ТС} \right)^{N^{ТС}}. \quad (5)$$

Для определения временных характеристик процесса установления кадрового синхронизма в сети необходимо провести анализ составляющих его процедур. Процедура установления кадрового синхронизма в сети путем передачи СКС заключается в следующем. Центральный УК сети (рисунк 2) передает нижестоящим по уровню иерархии УК сигнал кадровой синхронизации. На рисунке 3 представлен типовой состав оборудования УК, в частности обозначено, что младший приемо-передающий комплекс (ППК) типового УК обеспечивает связь с вышестоящим по уровню иерархии УК, старший ППК обеспечивает связь с нижестоящим по уровню иерархии УК, резервный ППК может быть использован в перспективе для организации рокадных связей между ППК одного уровня иерархии.

Центральный УК формирует СКС на основе сигналов со спутника, либо от местного генератора сигналов высокой стабильности. УК, стоящие по уровню иерархии на ступень ниже, осуществляют прием СКС с помощью согласованных фильтров. На основании принятого от вышестоящего УК СКС ПКС настраивает метки времени для оборудования своего УК и фор-



**Рис. 4.** Временные диаграммы распространения СКС по сети

мирует СКС для выдачи его на УК нижестоящего уровня иерархии. Учитывая допущение о том, что время обработки СКС на каждом УК сети равно нулю, сформированы временные диаграммы распространения СКС по сети (рисунки 4).

Таким образом, общее время кадровой синхронизации сети при установлении кадрового синхронизма и максимально возможном удалении объектов сети друг от друга можно рассчитать по формуле:

$$T_{\text{общ скс}}^{\text{сети}} = \sum_{i=1}^{l-1} t_{\text{прс } i, (i+1)} + (l-1)t_{\text{пер скс}}, \quad (6)$$

где  $l$  – число уровней иерархии сети;  
 $t_{\text{прс } i, (i+1)}$  – время распространения радиосигнала между  $i$ -м и  $(i+1)$ -м уровнями иерархии сети;  
 $t_{\text{пер скс}}$  – время передачи СКС между УК смежных уровней иерархии.

Учитывая неопределенность знания расстояния нахождения УК подчиненного уровня иерархии от УК вышестоящего уровня иерархии, а также длину СКС и скорость передачи в радиолинии, можно рассчитать максимальное время распространения радиосигнала и максимальное время передачи СКС между УК смежных уровней иерархии по формулам (7) и (8) соответственно.

$$t_{\text{прс } i, (i+1)} = \frac{\Delta R_{i, (i+1)}^{\text{max}}}{c}, \quad (7)$$

где  $\Delta R_{i, (i+1)}^{\text{max}}$  – неопределенность знания расстояния нахождения УК  $(i+1)$  уровня иерархии от УК  $i$  уровня иерархии;  
 $c$  – скорость распространения радиоволн.

$$t_{\text{пер скс}} = \frac{L_{\text{скс}}}{V_{\text{р/л}}} + t_{\text{прс } i, (i+1)}, \quad (8)$$

где  $V_{\text{р/л}}$  – скорость передачи в радиолинии (бит/сек);  $L_{\text{скс}}$  – длина СКС (бит).

Для определения относительных временных затрат на кадровую синхронизацию в сети необходимо находить отношение времени, затрачиваемого на установление кадровой синхронизации в сети к периоду времени, через который проводится установление кадрового синхронизма в сети.

Важной вероятностной характеристикой ПКС сети является вероятность установления ложной кадровой синхронизации на отрезке времени, равном периоду коррекции ПКС ( $T_{\text{скс}}$ ). Число «попыток» для формирования ложного СКС в одном радионаправлении равно числу временных окон в суперкадре минус синхроокно и может быть рассчитано по формуле:

$$N_{\text{во}} = \frac{T_{\text{скс}} - \tau_{\text{во}} - \tau_3}{(\tau_{\text{во}} + \tau_3)}, \quad (9)$$

где  $\tau_{\text{во}}$  – размер временного окна (с);  
 $\tau_3$  – размер защитного интервала (с).

Вероятность ложного формирования СКС за длительность одного временного окна при равновероятном появлении «0» и «1» можно найти по формуле:

$$P_{\text{лф скс}} = \sum_{i=\Pi_{\text{нчн}}}^{n_{\text{бит}}^{\text{во}}} C_i^{n_{\text{бит}}^{\text{во}}} (0,5)^i (0,5)^{n_{\text{бит}}^{\text{во}}-i} = 0,5^{n_{\text{бит}}^{\text{во}}} \sum_{i=\Pi_{\text{нчн}}}^{n_{\text{бит}}^{\text{во}}} C_i^{n_{\text{бит}}^{\text{во}}} \quad (10)$$

где – число бит в одном временном окне;  
 $V_{\text{р/л}}$  – скорость в радиолинии.

С учетом (9) и (10) вероятность установления ложного кадрового синхронизма в радионаправлении можно рассчитать по формуле:

$$P_{\text{лс}}^{p/n} = \sum_{i=1}^{N_{\text{во}}} C_i^{N_{\text{во}}} P_{\text{лф скс}}^i (1 - P_{\text{лф скс}})^{N_{\text{во}}-i}. \quad (11)$$

По аналогии с (3) и (5), вероятность ложного установления кадрового синхронизма в ТС и сети можно найти по формулам (12) и (13) соответственно.

$$P_{\text{лс}}^{\text{ТС}} = \sum_{i=1}^k C_i^k (P_{\text{лс}}^{p/n})^i (1 - P_{\text{лс}}^{p/n})^{k-i}. \quad (12)$$

$$P_{\text{лс}}^{\text{сети}} = \sum_{i=1}^{N^{\text{ТС}}} C_i^{N^{\text{ТС}}} (P_{\text{лс}}^{\text{ТС}})^i (1 - P_{\text{лс}}^{\text{ТС}})^{N^{\text{ТС}}-i}. \quad (13)$$

В качестве показателей эффективности функционирования ПКС сети, чьи значения необходимо обеспечить на заданном уровне, можно использовать следующие:

1.  $K_{\text{г сети}}$  – коэффициент готовности ПКС сети, как вероятность нахождения в кадровом синхронизме всех подчиненных УК с вышестоящим УК во всех типовых сегментах сети в любой момент времени.

2.  $K_{\text{кэ}}$  – коэффициент кадровой эффективности, как отношение времени передачи полезной информации к общему времени передачи.

При нахождении  $K_{\text{г сети}}$  также можно выделить уровни установления кадрового синхронизма: в радионаправлении, в типовом сегменте сети, во всей радиосети.

Зависимость коэффициента кадровой эффективности базового сегмента сети от параметров его ПКС будет иметь вид:

$$K_{\text{кэ}} = 1 - \frac{(\tau_3' + \frac{\Delta R}{c})}{(\tau_{\text{во}} + \tau_3' + \frac{\Delta R}{c})} - \frac{(1-1) \times (\tau_{\text{во}} + \frac{\Delta R}{c}) \times 2 \times \gamma}{\tau_3'} \quad (14)$$

**Таблица 1**

Результаты расчетов для  
 $\gamma = 10^{-6}$ ,  $\tau_{\text{во}} = 0.1$  с,  $l = 2$ ,  $K_{\text{кз треб}} = 0.995$

		$\tau'_{\text{з опт}}$ (мс)	$T_{\text{ск опт}}$ (с)	$K_{\text{кз max}}$	$T_{\text{ск рац}}$ (с)
$\Delta R$ (м)	100000	0.14199	71.16	0.993	нет
	50000	0.14197	70.9	0.9955	128.6
	25000	0.14188	70.89	0.9963	181.8
	10000	0.14169	70.84	0.9968	210.6

Подставив в выражение (14) исходные значения переменных и проведя ряд преобразований, получим формулу для нахождения оптимальной величины защитного интервала для компенсации (15), при которой коэффициент кадровой эффективности принимает свое максимальное значение.

$$\tau'_{\text{з опт}} = \frac{-2(l-1)\left(\frac{\Delta R}{c} + \tau_{\text{во}}\right)^2 \gamma - \left(\frac{\Delta R}{c} + \tau_{\text{во}}\right) \sqrt{2(l-1)\left(\frac{\Delta R}{c} + \tau_{\text{во}}\right) \gamma \tau_{\text{во}}}}{2(l-1)\left(\frac{\Delta R}{c} + \tau_{\text{во}}\right) \gamma - \tau_{\text{во}}} \quad (15)$$

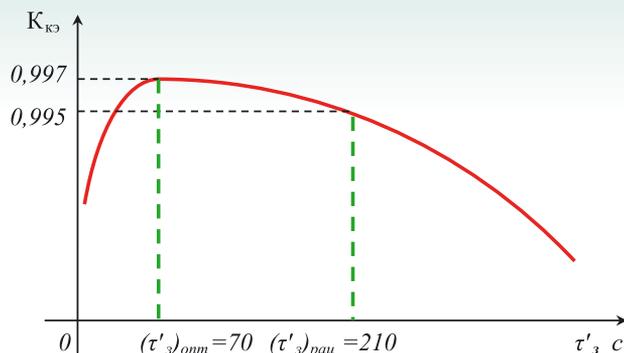
Зная оптимальное значение защитного интервала для компенсации относительной нестабильности опорных генераторов (15), получим формулу для определения оптимального значения периода коррекции ПКС сети:

$$T_{\text{ск}}^* = \frac{\tau'_{\text{з опт}}}{2 \cdot \gamma}, \quad (16)$$

Результаты расчетов при определении оптимального значения периода коррекции ПКС сети для различных условий сведены в таблицу 1.

График зависимости  $K_{\text{кз}} = f(\tau'_3)$  при  $\tau_{\text{во}} = 0.01$  с,  $\gamma = 10^{-7}$  и  $\Delta R = 10000$  м представлен на рисунке 5. На нем также показана разница между оптимальным и рациональным значениями.

Задавая в модели адекватные исходные дан-



**Рис. 5.** Зависимость  $K_{\text{кз}} = f(\tau'_3)$   
 при  $\tau_{\text{во}} = 0.01$  с,  $\gamma = 10^{-6}$  и  $\Delta R = 10000$  м

ные, можно для каждой конфигурации ПКС получить ее оптимальные и рациональные параметры, если они существуют при заданных ограничениях вследствие физической реализуемости.

### Литература

1. Голяницкий И.А. Математические модели и методы в радиосвязи / Под редакцией Ю.А. Громакова. М.: Эко-Трендз, 2005. 440 с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е испр. / Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2004.
3. Цимбал В.А. Информационный обмен в сетях передачи данных. Марковский подход. Монография. М.: Вузовская книга, 2014. 114 с.
4. Сухман С.М. Синхронизация в телекоммуникационных системах / С.М. Сухман, А.В. Бернов, Б.В. Шевкопляс. М.: Эко-Трендз, 2003. 272 с.
5. Карташевский, В.Г. Сети подвижной связи / В.Г. Карташевский, С.Н. Семенов, Т.В. Фирстова. М.: Эко-Трендз, 2001. 300 с.
6. Чайков С.С. Математическая модель процесса установления кадровой синхронизации ШПС-ФМ синхросигналами в сети радиосвязи метрового диапазона с подвижными объектами / С.С. Чайков, А.В. Новиков / Научная сессия, посвященная Дню радио, 2009. Вып. LXIV. С. 162 – 164.
7. Цимбал В.А., Косарева Л.Н., Исаева Т.А., Потапов С.Е., Ваганов И.Н. Математическая модель доставки многопакетных сообщений в соединении «точка-точка» на сети передачи данных с процедурой «скользящее окно» // Известия Института инженерной физики, 2009. №3(13). С. 13-19.

## РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

УДК 621.396

### АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЕТИ СВЯЗИ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ ПРИ ОБСЛУЖИВАНИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТРАФИКА С УЧЕТОМ ЗАДЕРЖКИ ПРИ УПРАВЛЕНИИ

### THE ALGORITHM OF CALCULATION OF PARAMETERS OF FUNCTIONING OF COMMUNICATION NETWORKS OF SPECIAL PURPOSE IN THE SERVICE OF NON-STATIONARY TRAFFIC BY THE DELAY IN THE MANAGEMENT

#### Евгений Николаевич Косяков

кандидат технических наук, доцент  
профессор кафедры сетей и  
систем связи космических комплексов  
Военно-космическая академия  
им. А.Ф. Можайского  
Адрес: 197198, Санкт-Петербург,  
ул. Ждановская, д. 13  
Тел.: +7(911)913-16-47  
E-mail: e-kosyakov@yandex.com

#### Николай Витальевич Селезнев

заместитель начальника по научной работе  
ФГБУ 16 ЦНИИИ МО РФ  
Адрес: 141006, Московская обл.,  
г. Мытищи, 1-й Рупасовский пер., стр. 6  
Тел.: +7(495)583-98-55

#### Дмитрий Романович Уткин

адъюнкт кафедры сетей  
и систем связи космических комплексов  
Военно-космическая академия  
им. А.Ф. Можайского  
Адрес: 197198, Санкт-Петербург,  
ул. Ждановская, д. 13  
Тел.: +7(981)958-05-44  
E-mail: utyan@mail.ru

#### Аннотация

В статье рассматривается вариант организации множественного доступа к ресурсу сети с выделением каналов по требованию на основе стратегии резервирования с упреждением. Исследуются модели с фиксированной и динамически изменяемой величиной резерва канальной емкости узла-получателя.

**Ключевые слова:** сеть связи, динамическое резервирование, нестационарный трафик, стратегия резервирования с упреждением.

#### Summary

The article considers the possibility of multiple access to the network resource allocating channels on-demand on the basis of fallback strategies proactively. Investigated models with fixed and dynamically changeable amount of the allowance, the channel capacity of the destination host.

**Key words:** communication network, dynamic reservation, non-stationary traffic, strategy of reservation with anticipation.

Качество выполнения целевых задач силовыми структурами и ведомствами во многом зависит от качества функционирования систем (сетей) связи специального назначения (СССН), являющихся неотъемлемой частью соответствующей системы управления (СУ). Постоянный

рост объема передаваемой информации при высоких требованиях к оперативности ее доставки в соответствующих системах управления, с одной стороны, и ограниченность ресурса СССР, обусловленная директивным характером процесса распределения ресурса Единой сети элек-

тросвязи, с другой стороны, определяют актуальность проблемы динамического управления ресурсом, выделенным СССН для решения задач обеспечения связи в интересах соответствующей СУ. Существенная территориальная протяженность Российской Федерации, как правило, определяет значительный пространственный разброс абонентов СССН, что, в совокупности с особенностями процессов коммутации и резервирования в узлах коммутации, обуславливает задержки при передаче трафика по каналам связи СССН [3], сопоставимые с предельными требованиями по оперативности доставки информации. Дополнительным фактором, усиливающим актуальность разрешения указанной проблемы, является неоднородность и, как следствие, нестационарность (пульсация) трафика, формируемого различными мультимедийными службами [1, 6, 8]. В то же время, обоснованный учет различий в требованиях к качеству доставки разных видов трафика, а также прерывистый характер процесса обмена информацией позволяет добиться существенного повышения пропускной способности СССН на основе оперативного маневра ресурсом узла коммутации (УК) между направлениями связи.

В современных СССН для решения задачи резервирования сетевого ресурса, как правило, используется технология резервирования ресурсов RSVP (Resource Reservation Protocol). Главным недостатком данного протокола является отсутствие механизмов учета задержек при передаче трафика.

Особенности передачи нестационарного трафика, обуславливают сложность непосредственного использования протокола RSVP для СССН с задержками, поскольку данный протокол реализует стратегию резервирования, которая учитывает текущее состояние буфера накопления УК и не учитывает статистические особенности передаваемого трафика и задержки в канале связи. Вопросы резервирования ресурса сети на основе стратегии резервирования с запаздыванием с учетом статистических особенностей передаваемого трафика были рассмотрены, в работе [4].

Поэтому требуется модификация значительной части алгоритмического обеспечения сетей специального назначения для удовлетворения требований по качеству обслуживания.

Предлагаемый в работе подход состоит в том, что запрашиваемый (и выделяемый) сетевой ресурс включает не только некоторое число  $i$  ресурсных единиц (каналов), необходимое для поддержания требуемого качества связи для активных соединений, но и дополнительный резерв (запас), призванный компенсировать за-

паздывание в управлении отправителем (при внезапной активизации «молчащих» на текущий момент абонентов).

Задачу определения минимальной величины резерва  $R$  рассмотрим на примере уплотнения группы из  $M$  абонентов, ведущих телефонные переговоры через периферийный коммутатор в одном направлении. Учитывая высокий процент ( $>60\%$ ) пауз в процессе телефонного разговора [2, 5, 7], следует ожидать, что при использовании пакетной формы передачи речи в режиме подавления пауз удастся существенно сократить величину выделяемого коммутационному узлу ресурса каналов  $K$  (в том числе с дополнительным резервом  $R$ ) и, соответственно, повысить емкость сети в целом. Дополнительно следует учесть некоторую смысловую избыточность речи, которая допускает до 1-5% потерь от общего числа речевых пакетов без снижения качества диалога [2, 6, 9]. Задача состоит в определении величины запрашиваемого каждым коммутатором резерва  $R$ , необходимого для поддержания заданного качества связи (уровня потерь) с учетом запаздывания при управлении. Эффективность управления можно оценить значением достигаемого коэффициента уплотнения [7].

При этом возможны две стратегии выбора значения резерва  $R$ . Первая стратегия состоит в том, что величина резерва  $R$  устанавливается фиксированной для каждой группы абонентов и минимальной при ограничении на вероятность потери речевого пакета. Вторая стратегия выбора величины резерва  $R$  состоит в том, что величина резерва адаптивно изменяется в зависимости от числа активных в текущем цикле абонентов и емкости канальной группы. Очевидно, что вторая стратегия более сложна в реализации, так как в этом случае необходимо вести таблицу значений  $R$  для каждого соотношения числа  $i$  активных абонентов и емкости  $K$  выделенного отправителю ресурса.

Так как число активных абонентов в группе изменяется случайным образом, независимо от числа выделенных каналов, то каждое состояние можно характеризовать парой чисел  $(i, j)$ , где  $i = \overline{0, M}$  – число активных абонентов;  $j = \overline{R, \min[K, (i + R)]}$  – число выделенных для телефонии каналов.

При первой стратегии (с фиксированным резервом) необходимо поддерживать постоянную величину  $R$  до тех пор, пока не будет исчерпан весь доступный ресурс каналов. В качестве примера на рисунке 1 изображен граф переходов в марковской цепи, моделирующей процесс уплотнения группы из четырех абонентов при фиксированной величине резерва  $R=1$ .

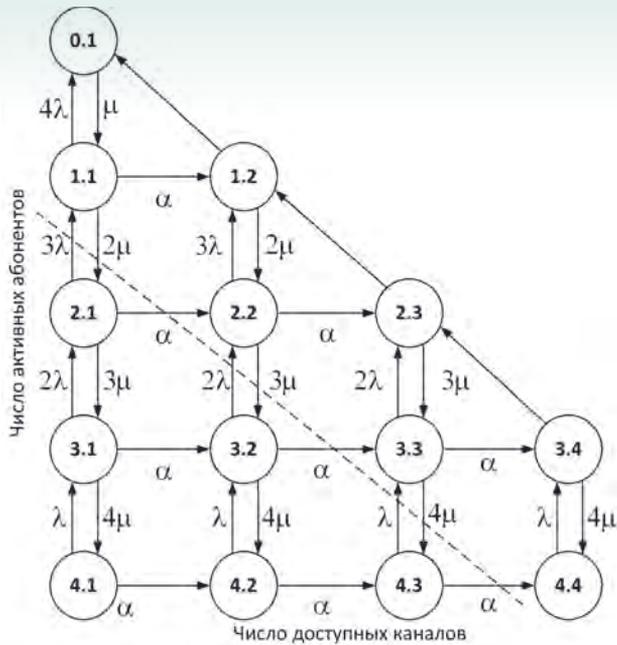


Рис. 1. Модель процесса обслуживания четырехканальной группы с динамическим резервированием одного дополнительного канала

Динамическое выделение каналов коммутационным узлом (при активизации абонента) осуществляется не мгновенно, а с запаздыванием, через некоторый случайный интервал времени, значение которого определяется задержкой распространения сигналов до узла и протоколом множественного доступа.

В качестве допущения, позволяющего воспользоваться аппаратом теории марковских процессов, примем, что эта величина задержки распространения имеет показательное распределение со средним значением  $T$ . Тогда интенсивность переходов из состояний  $(i, j)$  в состояние  $(i, j+1)$  будет равна  $\alpha = 1/T_p$ . На графе (рисунок 1) этим переходам соответствуют горизонтальные стрелки в правом направлении. Для расчета стационарных вероятностей состояний такой марковской цепи составлена система линейных уравнений:

$$\begin{cases}
 p_{ij} = \frac{\lambda(N-i+1)p_{(i-1)j} + \mu \min(K, i+1)p_{(i+1)j} + \alpha p_{i(j-1)}}{\lambda(N-i) + \mu i + \alpha}, & i=1, N-1, j=R, i+R-1; \\
 p_{ij} = \frac{\mu \min(K, i+1)(p_{(i+1)j} + p_{(i+1)(j+1)}) + \alpha p_{i(j-1)}}{\lambda(N-i) + \mu i}, & i=1, N-1, j=i+R; \\
 p_{ij} = 0, & (j-i) > R; \\
 p_{Nj} = \frac{\lambda p_{(N-1)j} + \alpha p_{N(j-1)}}{K\mu + \alpha}, & j=R, K-1; \\
 p_{N,K} = \frac{\lambda p_{(N-1)K} + \alpha p_{N(K-1)}}{\mu K}; \\
 \sum_{i=0}^N \sum_{j=R}^{\min(i+R, K)} p_{ij} = 1.
 \end{cases}
 \quad (1)$$

Особенность системы уравнений (1) состоит в том, что сумма вероятностей состояний каждого яруса по горизонтали (рисунок 1) для каждого индекса  $i$  совпадает с вероятностями  $P_i$  активизации  $i$  абонентов:

$$\sum_{j=R}^{\min(i+R, K)} p_{ij} = P_i. \quad (2)$$

Потери будут происходить в том случае, когда число активных абонентов будет превышать число доступных каналов, т.е. при  $(i-j) > 0$ . При этом, если  $(i-j) = 1$ , то будут теряться пакеты лишь одного соединения, при  $(i-j) = 2$  – двух соединений и т.д. Состояния марковской цепи, в которых происходят потери пакетов, отделены в нижней части графа (рисунок 1) штриховой линией. Учитывая, что стационарные вероятности состояний показывают, какую долю времени на интервале наблюдения процесс проводит в том или ином состоянии, вероятность потери речевых пакетов может быть оценена соотношением:

$$P_i = \sum_{i=R+1}^N \sum_{j=R}^{\min(K, i-1)} (i-j) p_{ij}. \quad (3)$$

Для второй стратегии резервирования с адаптивно изменяемой величиной резерва может быть построена марковская цепь, подобная изображенной на рисунке 1. В качестве примера на рисунке 2 приведен граф состояний для системы уплотнения 6 телефонных каналов при началь-

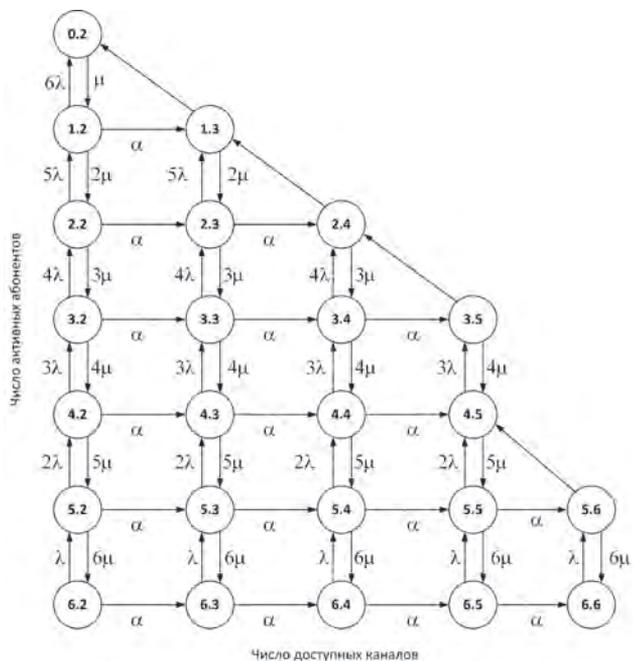


Рис. 2. Модель процесса обслуживания четырехканальной группы с адаптивно изменяемой величиной резерва

ном уровне резерва  $R_1=2$ . После достижения порогового состояния, в котором активны три абонента, уровень резерва снижается на 1, т.е. до  $R_2 = R_1 - 1$ .

Для данной модели может быть составлена аналогичная (1) система линейных алгебраических уравнений, позволяющая рассчитать стационарные вероятности состояний. Отличием новой системы уравнений от (1) является условие:

$$p_{ij}=0 \text{ при } i > i_{np}; j=i+R_1, \quad (4)$$

где  $i_{np}$  – предельное значение числа активных абонентов, после которого уровень резерва снижается на 1. Состояния марковской цепи, в которых происходят потери пакетов, отделены в нижней части графа пунктирной линией.

При известных вероятностях состояний для первой и второй модели можно оценить среднее число занимаемых трафиком телефонии каналов  $\bar{K}$ :

$$\bar{K} = \sum_{i=0}^N \sum_{j=R}^{\min(K, i+R)} j p_{ij}, \quad (5)$$

а также уровень потерь речевых пакетов и величину свободного ресурса  $(K - \bar{K})$ , который может быть задействован для передачи данных.

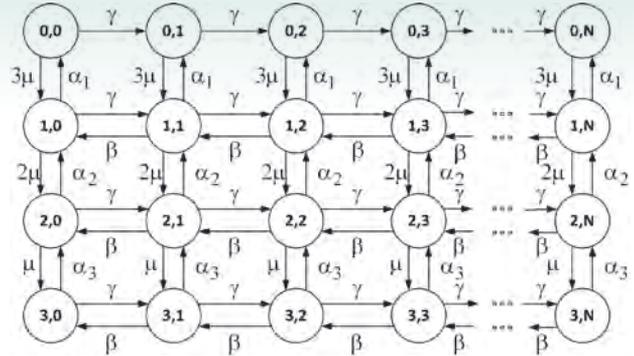
Число каналов, доступных для передачи сообщений данных (не занятых в текущий момент молчащими абонентами), будет случайным образом изменяться от 0 до  $(K-P)$ . Таким образом, дополнительный канал передачи данных, образуемый через периферийный коммутатор, может быть представлен системой массового обслуживания (СМО) с переменной интенсивностью обслуживания.

Если принять допущение о том, что поток поступающих сообщений данных является пуассоновским с параметром  $\gamma$ , а объем сообщений данных является случайной величиной  $\check{v}$  с экспоненциальным распределением:

$$B(v) = 1 - e^{-v/\check{v}}, \quad (6)$$

где  $\check{v}$  – средний объем сообщения данных в битах, то в качестве модели исследуемой СМО может быть использована двумерная марковская цепь, граф состояний которой для рассматриваемого примера представлен на рисунке 3.

Состояния марковской цепи характеризуются парой чисел  $(i, j)$ , где  $i$  – число свободных каналов, которые могут быть использованы для передачи данных ( $i=0, K-R$ );  $j$  – число сообщений данных, которые необходимо передать ( $j=0, N$ );  $N$  – предельная емкость буфера данных. Интенсивности переходов между состояниями определяются следующим образом:



**Рис. 3.** Модель процесса передачи данных с изменяемой скоростью передачи

$\gamma$  – интенсивность поступления сообщений данных;

$\beta$  – интенсивность обслуживания сообщений данных в одном канале мультимплексора, определяемая соотношением,  $\beta=c/\bar{v}$ , где  $c$  – скорость передачи в отдельном канале;

$\mu$  – интенсивность освобождения каналов;

$\alpha_i$  – интенсивность резервирования  $i$ -го канала.

Для расчета стационарных вероятностей состояний  $p_{ij}$  рассматриваемой модели может быть составлена система линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} p_{0j} = \frac{p_{1j}\alpha_1 + p_{0,j-1}\gamma}{(K-R)\mu + \gamma}, & j = \overline{1, N-1}; \\ p_{0N} = \frac{p_{1N}\alpha_1 + p_{0N-1}\gamma}{(K-R)\mu}; \\ p_{ij} = \frac{p_{i+1}\alpha_{i+1} + p_{i,j+1}\beta + p_{i,j-1}\gamma + p_{i-1,j}(K-R-i+1)\mu}{\alpha_i + \beta + (K-R-i)\mu + \gamma}, & i = \overline{1, K-R}, j = \overline{0, N}; \\ \sum_{i=0}^{K-R} \sum_{j=0}^N p_{ij} = 1. \end{cases} \quad (7)$$

После расчета стационарных вероятностей состояний исследуемой марковской цепи легко могут быть вычислены следующие характеристики:

• средняя длина очереди сообщений данных в буфере:

$$\bar{q} = \sum_{j=2}^N j \sum_{i=0}^{K-R} p_{ij}; \quad (8)$$

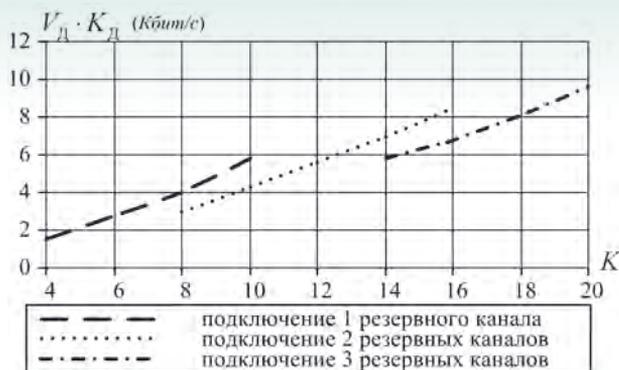
• вероятность переполнения буфера:

$$P_{\Pi} = \sum_{i=0}^{K-R} p_{iN}; \quad (9)$$

• среднее время ожидания сообщения данных до начала передачи:

$$\bar{\omega} = \frac{\bar{q}}{\gamma(1 - P_{\Pi})}, \quad (10)$$

где  $\gamma$  – интенсивность поступления сообщений данных.



**Рис. 4.** Средняя скорость передачи канала данных при уплотнении  $K$  телефонных каналов и ограничении потерь на уровне 5%

На рисунке 4 представлены зависимости предельно достижимой средней скорости передачи данных в зависимости от емкости уплотняемой группы телефонных каналов для трех стратегий резервирования каналов:

а) при первой стратегии резервируется только один дополнительный канал, при этом потери превышают норму уже на группе из 9 каналов;

б) при второй стратегии число резервируемых каналов адаптивно изменяется от 2 до 1 в зависимости от числа активных абонентов. В этом случае коэффициент уплотнения несколько снижается, однако потери остаются в норме при емкости уплотняемой группы вплоть до 14 каналов;

в) третья стратегия резервирования предполагает адаптивное изменение числа резервируемых каналов от 3 до 1 по мере увеличения числа активных абонентов. В этом случае емкость уплотняемой группы может превышать 20 каналов при сохранении потерь на уровне 5%.

Анализ приведенных зависимостей показывает, что скорость передачи в канале данных растет практически линейно по мере увеличения емкости уплотняемой канальной группы до тех пор, пока не достигается предельный уровень потерь пакетов телефонии и не возникает необходимость увеличения числа резервируемых каналов. Учитывая случайный характер потока сообщений данных и ограничения на максимальную задержку, следует отметить, что реальная скорость передачи в канале данных оказывается меньшей, чем та, которую может обеспечить ресурс незанятых телефонией каналов, и составляет порядка 60% от емкости доступной группы каналов. Ограничивая коэффициент загрузки канала данных на уровне 0,6, можно оценить достигаемый при совместном уплотнении речи и данных коэффициент уплотнения линии  $K_y$ :

$$K_y = \frac{M + 0,6 \times (K - \bar{K})}{K}, \quad (11)$$

где  $M$  – число уплотняемых источников телефонии.

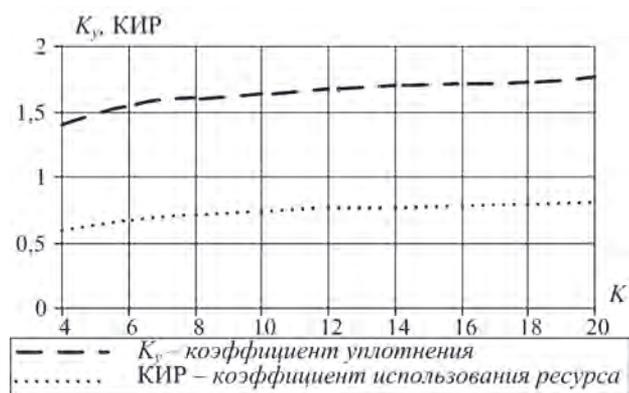
На рисунке 5 представлены зависимости коэффициента уплотнения  $K_y$  и коэффициента использования сетевого ресурса (КИР) от емкости канальной группы  $K$ , уплотняемой  $M$  телефонными абонентами и потоком данных, при ограничении потерь речевых фрагментов на уровне 5% и предельной задержки сообщений данных на уровне 1 с.

Анализ приведенных зависимостей позволяет сделать выводы:

1. Использование механизма динамического распределения каналов каждого коммутатора (в зависимости от текущей активности) даже с учетом резерва на запаздывание позволяет заметно (на 20-25%) повысить кратность уплотнения ресурса СР по сравнению со статическим закреплением каналов. При этом появляется дополнительная возможность уплотнения линий связи потоками данных, не столь чувствительных к задержкам.

2. Совместное уплотнение образуемой коммутатором группы каналов потоками речи и данных позволяет существенно повысить коэффициент использования выделенного отправителю ресурса (до уровня 80%, в отличие от 40% без уплотнения) и практически удвоить емкость системы связи.

3. Резервирование фиксированного числа каналов оправдывает себя лишь для небольших групп (до 8 включительно) абонентов (кривая 1, рисунок 4). При большей численности группы величина потерь в случае малого уровня резерва (1 канал) быстро превышает допустимый уро-



**Рис. 5.** Зависимость коэффициента уплотнения  $K_y$  и КИР линии от емкости канальной группы  $K$ , уплотняемой  $M$  телефонными абонентами и потоком данных (предельно достижимые значения)

вень, что приводит к невозможности поддержания удовлетворительного качества диалога. В случае же большого уровня резерва (два и более каналов) практически пропадает эффект экономии ресурса пропускной способности уплотняемой линии связи.

4. Для групп абонентов численностью от 8 и выше более выгодным с точки зрения допустимого уровня потерь и достигаемого выигрыша является динамическое резервирование запасных каналов с адаптивно изменяемой величиной резерва. При этом величина необходимого резерва определяется общей численностью уплотняемой группы и текущим значением числа активных абонентов. Значения резерва для различных сочетаний исходных данных могут быть установлены программно или «защиты» в память электронной вычислительной машины коммутационного узла на этапе проектирования.

5. Предложенный в работе метод и разработанные математические модели позволяют обоснованно управлять (с учетом запаздывания) выделяемым для каждого коммутатора ресурсом (числом резервируемых для телефонии и выде-

ляемых для передачи данных каналов), обеспечивая заданные параметры качества обслуживания абонентов.

### Литература

1. Антонян А.Б. Пакетная коммутация для передачи речи // Вестник связи, 1999. №5. С. 68-71.
2. Коган А.В. IP-телефония: оценка качества речи // Технологии и средства связи, 2001. №1. С. 78-84.
3. Макаренко С.И. Методика оценки времени задержки пакета в канале связи в условиях нестабильности входного трафика // Инфокоммуникационные технологии, 2007. № 3. С. 95-96.
4. Новиков Е.А. Оперативное распределение радиоресурса спутникаретранслятора при нестационарном входном потоке сообщений с учетом запаздывания в управлении // Информационно-управляющие системы, 2014. №2(69). С. 7986.
5. Федин Д.Н. Передача голоса по сетям с пакетной коммутацией // Вестник связи, 1999. №9. С. 33-35.
6. Шелухин О.И., Лукьянцев Н.Ф. Цифровая обработка речи / Под ред. Шелухина. М.: Радио и связь, 2000. 256 с.
7. Chandra K. Statistical multiplexing / Wiley Encyclopedia of Telecommunications, 2003.
8. Gruber J.G. Delay related issues in integrated voice and data networks // IEEE Trans. Comm, 1981. V.29. № 6. pp. 768-800.
9. Minoly D. Issues in packet voice communication // Proc. IEEE, 1979. V. 126. № 8.

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 519.725

## АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТЕСТОВО-КОДОВОЙ КОРРЕКЦИИ ОШИБОК ОПЕРАТИВНЫХ ЗАПОМИНАЮЩИХ УСТРОЙСТВ ANALYSIS OF THE EFFECTIVENESS OF TEST-ERROR CORRECTION CODE OF RANDOM ACCESS MEMORY

### Александр Алексеевич Павлов

доктор технических наук, профессор  
начальник лаборатории  
ФГБНУ «Институт информатизации  
образования Российской академии  
образования» Минобрнауки РФ  
Адрес: 119117, Москва, ул. Погодинская, д. 8  
Тел.: +7(916)356-31-89 E-mail: Pavlov\_iif@mail.ru

### Алексей Николаевич Царьков

заслуженный деятель науки РФ  
доктор технических наук, профессор  
Президент – Председатель Правления Института  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская область, г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93 E-mail: iifrfinfo@gmail.com

### Денис Евгеньевич Сорокин

научный сотрудник  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская область, г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93 E-mail: info@iifrf.ru

### Дмитрий Сергеевич Кудрявцев

ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
ул. Бригадная, д. 17  
Тел.: +7(4967)35-31-93 E-mail: info@iifrf.ru

### Ирэна Веньяминовна Роберт

академик Российской академии образования  
доктор педагогических наук  
и.о. директора ФГБНУ «Институт информатизации  
образования Российской академии образования»  
Минобрнауки РФ  
Адрес: 119117, Москва, ул. Погодинская, д. 8  
Тел.: +7(495)337-07-79 E-mail: rena\_robort@mail.ru

### Сергей Николаевич Рягин

доктор педагогических наук  
заместитель директора по науке  
ФГБНУ «Институт управления образованием РАО»  
Минобрнауки РФ  
Адрес: 105062, Москва, ул. Макаренко, д. 5/16  
Тел.: +7(916)866-14-76  
E-mail: ryagin\_sn@mail.ru

### Дмитрий Данилович Иванов

научный сотрудник  
ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
ул. Бригадная, д. 17  
Тел.: +7(4967)72-19-11

### Андрей Сергеевич Бутранов

научный сотрудник  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

## Аннотация

Рассматривается структурная схема отказоустойчивого дискретного устройства с использованием корректирующих кодов, исправляющих и обнаруживающих ошибки в кодовом наборе. Представлено выражение для оценки достоверности функционирования ОЗУ с использованием корректирующих кодов. Приведены основные положения методики тестово-кодовой коррекции ошибок оперативных запоминающих устройств. Описывается функциональная модель отказоустойчивого оперативного запоминающего устройства, реализующая тестово-кодový метод коррекции ошибок. Получены выражения для оценки аппаратурных затрат при использовании тестово-кодového метода коррекции ошибок на построение:

- декодирующего устройства для исправления ошибки;
- декодирующего устройства для обнаружения ошибки.

Проведена сравнительная оценка аппаратурных затрат на построение отказоустойчивого оперативного запоминающего устройства, реализующего тестово-кодový метод коррекции ошибок и код Хемминга. Для оценки эффективности тестово-кодového метода коррекции ошибок проведено сравнение вероятности безотказной работы и достоверности функционирования отказоустойчивых ОЗУ, резервированных рассматриваемым методом и кодом Хемминга. Проведенная сравнительная оценка позволяет сделать вывод о том, что предлагаемый методический аппарат обеспечивает:

- минимизацию аппаратурных затрат на построение декодирующего устройства (не требует хранения таблицы синдромов ошибок и использует минимальную таблицу поправок);
- сокращение (более чем в три раза) аппаратурных затрат на построение избыточного канала (аппаратурных затрат на хранение значений контрольных разрядов);
- наибольший выигрыш в вероятности безотказной работы и достоверности функционирования, минимизацию информационной избыточности по отношению к алгебраическим линейным кодам.

**Ключевые слова:** корректирующий алгебраический линейный код, корректирующий циклический код, одиночные и двойные ошибки, скрытая ошибка, поправка на скрытую ошибку, тестовый вектор ошибок.

## Summary

Considered the block diagram of a fault-tolerant digital device using error-correcting codes, correcting and detecting errors in the code set. Expressions to assess the reliability of operation of RAM with error-correcting codes. The main provisions of methods of test-error correction code random access memory. Describes the functional model of fault-tolerant random access memory, which implements a test-code method of error correction. The expressions for the evaluation of hardware costs by using test code error correction method of building:

- decoder for error correction;
- decoder for error detection.

A comparative evaluation of hardware costs for building fault-tolerant random access memory that implements a test-code method of error correction Hamming code. To assess the effectiveness of test-error correction coding method compared the probability of failure-free operation and reliability of fault tolerant operation of RAM reserved by this method and Hamming code. Comparative assessment leads to the conclusion that the proposed methodological apparatus provides:

- minimizing hardware costs to build a decoder (requires storage table syndromes errors and uses the minimum table amendments);
- reduction (more than three times) hardware costs to build excess channel (hardware costs for storage of values of check digits);
- the largest gain in the probability of failure-free operation and reliability of operation, minimizing the redundancy of information in relation to the linear algebraic codes.

**Key words:** adjustment algebraic linear code correcting cyclic code, single and double errors, latent error correction for hidden bugs, test vector errors.

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

## 1. Введение

Современное развитие народного хозяйства характеризуется широким внедрением систем управления и обработки информации (СУОИ).

Традиционные способы обработки информации в рассматриваемых системах связаны с процедурой сравнения различных величин между собой, определением среднего уровня величин, их представления и т.п. [1].

Выполнение данных операций возлагается на ЭВМ, которые являются функциональным ядром систем управления и обработки информации.

Так как эффективность систем управления и обработки информации в значительной степени характеризуется достоверностью информации, которая обрабатывается в данных системах, то особую актуальность приобретает вопрос обеспечения отказоустойчивости функциональных узлов специализированных ЭВМ.

Для коррекции ошибок устройств хранения информации вычислительных систем широко используются коды, корректирующие ошибки [1, 2, 3, 4, 5, 9].

Структурная схема отказоустойчивого устройства хранения информации с применением корректирующих кодов представлена на **рисунке 1** [1].

Для коррекции ошибок в устройства хранения информации, наибольшее распространение получили линейные коды с синдромным декодированием.

Метод синдромного декодирования (см. **рисунки 1**) состоит из трех операций. Первая операция заключается в вычислении  $r$ -разрядного синдрома. Если ошибка отсутствует, вектор синдрома состоит из одних нулей.

Вторая операция состоит в определении вектора ошибки  $E_q=(e_1, e_2, \dots, e_k)$ , позволяющего определить разряд кодового слова, в котором произошла ошибка. Эта операция осуществляется с помощью дешифратора.

Третья операция заключается в непосредственном исправлении ошибки по вычисленному вектору ошибки. Эта операция реализуется в схеме корректора как функция неравнозначности на всех  $k$  выходах устройства.

На практике наиболее часто используются корректирующие коды:

- исправляющие одиночные ошибки;
- коды корректирующие одиночные ошибки и обнаруживающие двойные ошибки;
- коды с исправлением двойных ошибок.

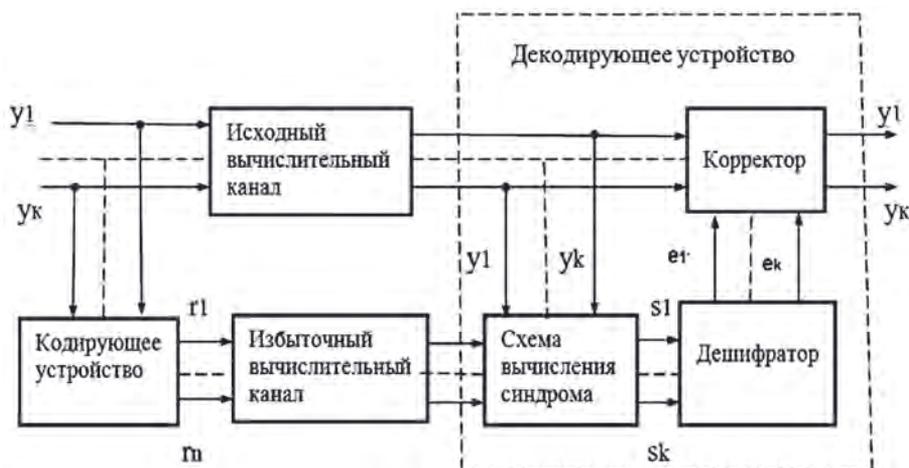
Структурная схема с использованием корректирующих кодов, исправляющих и обнаруживающих ошибки в кодовом наборе, представлена на **рисунке 2** [1].

Тогда достоверность функционирования ОЗУ с использованием корректирующих кодов, оценивается выражением [1]:

$$D_\phi(t) = P_{ДЕК.ИО}(t) \sum_{i=0}^t C_n^i p^{(n-i)}(t) [1-p(t)]^i + P_{ДЕК.ОО}(t) \sum_{i=1}^{t+1} C_n^i p^{(n-1)}(t) [1-p(t)]^i - P_{ДЕК.ИО}(t) P_{ДЕК.ИО}(t) \sum_{i=0}^t C_n^i p^{(n-i)}(t) \cdot [1-p(t)] \sum_{i=0}^{t+1} C_n^i p^{(n-1)}(t) [1-p(t)]^i, \quad (1)$$

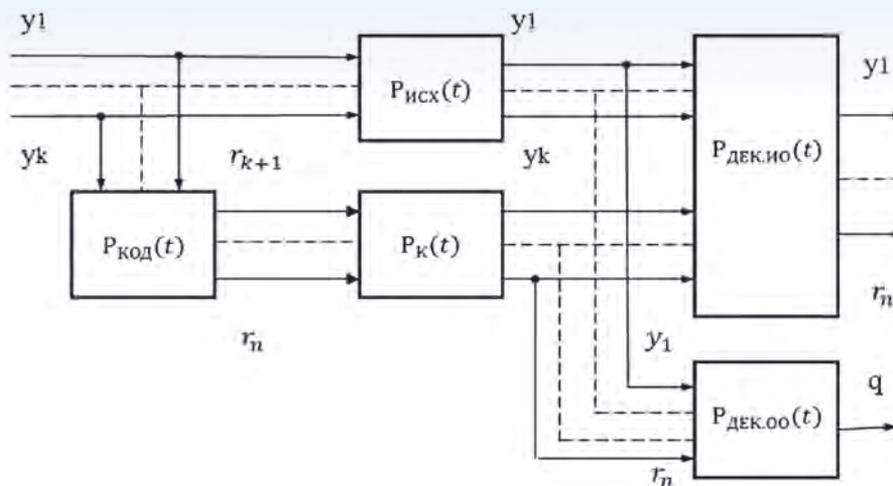
где  $p(t)$  – вероятность безотказной работы накопителя ОЗУ по одному выходу.

Если накопитель ОЗУ содержит  $M$  двоичных кодовых наборов и учитывая, что для хранения значения одного разряда требуется один



**Рис. 1.** Структурная схема отказоустойчивого устройства хранения информации с применением корректирующих кодов

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ



**Рис. 2.** Структурная схема с использованием корректирующих кодов, исправляющих и обнаруживающих ошибки в кодовом наборе, где  $P_{исх}(t)$  – вероятность безотказной работы исходного вычислительного канала (в данном случае накопителя ОЗУ);  $P_{код}(t)$  – вероятность безотказной работы кодирующего устройства;  $P_{к}(t)$  – вероятность безотказной работы избыточного канала (в данном случае накопителя ОЗУ для хранения значений контрольных разрядов);  $P_{дек.ио}(t)$  – вероятность безотказной работы декодирующего устройства, исправляющего ошибки;  $P_{дек.оо}(t)$  – вероятность безотказной работы декодирующего устройства, обнаруживающего ошибки.

элемент памяти (триггер, включающий четыре простейших логических элемента) и два логических элемента И (для записи и считывания информации), то вероятность безотказной работы накопителя ОЗУ по одному выходу определяется выражением:

$$p(t) = e^{-M\lambda(t)}, \quad (2)$$

где  $p(t) = 10^{-10}$  1/ч интенсивность отказа одного логического элемента.

Перспективным методом защиты оперативных запоминающих устройств специализированных ЭВМ является тестово-кодовый метод коррекции ошибок, который заключается в том, что для обнаружения возникающих ошибок используется линейный код, а выявление скрытых ошибок, определение конфигурации (ошибочных разрядов) кратной ошибки и ее коррекция проводятся по результатам анализа ответной реакции, полученной на основе подачи тестового воздействия [6].

Реализация тестово-кодового метода коррекции ошибок устройств хранения информации предполагает необходимость сравнительной оценки его эффективности по отношению к существующим методам использования корректирующих кодов.

### 2. Основные положения методики тестово-кодовой коррекции ошибок оперативных запоминающих устройств

Для решения задачи сокращения информационной избыточности и аппаратных затрат

для хранения значений поправок используем код, обнаруживающий одиночные и двойные ошибки, использующий два контрольных разряда [7].

Выбранный для контроля дискретной информации код реализует следующие правила формирования двух основных проверок (двух основных контрольных разрядов).

**Правило 1.** Двоичный набор разбивается на блоки информации (пусть число информационных разрядов кратно трем) по три разряда в каждом блоке (блоки информации в двоичном наборе разделены запятыми):

$$Y = x_1x_2x_3, y_1y_2y_3, \dots, z_1z_2z_3.$$

**Правило 2.** Проводится формирование значений двух контрольных разрядов по правилу:

$$\begin{aligned} r_1 &= x_1 \oplus x_2 \oplus y_1 \oplus y_2 \oplus \dots \oplus z_1 \oplus z_2 \\ r_2 &= x_2 \oplus x_3 \oplus y_2 \oplus y_3 \oplus \dots \oplus z_2 \oplus z_3 \end{aligned}$$

В результате имеем кодовый набор:

$$Y_k = x_1x_2x_3, y_1y_2y_3, \dots, z_1z_2z_3, r_1, r_2.$$

Если значения переданных контрольных разрядов и сформированных относительно полученного двоичного набора не одинаковы, то это свидетельствует о наличии ошибки.

Представленный линейный код обнаруживает 100% одиночных ошибок и, в зависимости от числа информационных разрядов, следующий процент двойных ошибок:

в 6-разрядном двоичном коде –  $P_{об} = 75\%$ ;

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

9-разрядном –  $P_{O9} = 74,5\%$ ;  
 12-разрядном –  $P_{O12} = 74\%$ ;  
 15-разрядном –  $P_{O15} = 73\%$ ;  
 18-разрядном –  $P_{O18} = 72\%$ ;  
 21-разрядном –  $P_{O21} = 70\%$ ;  
 24-разрядном –  $P_{O24} = 69,5\%$ ;  
 27-разрядном –  $P_{O27} = 69\%$ ;  
 60-разрядном –  $P_{O60} = 67\%$ .

Таким образом, предлагаемый код имеет большую обнаруживающую способность, чем широко используемый для этих целей контроль по модулю три (обнаруживающий 50% двойных ошибок, требующий такое же число контрольных разрядов и гораздо больших временных затрат).

Каждому рабочему входному набору  $X_H$  соответствует кодовый набор

$$Y_k = x_1 x_2 x_3, y_1 y_2 y_3, \dots, z_1 z_2 z_3, r_1, r_2.$$

Вектор контрольных разрядов  $R$  является функцией информационных разрядов и определяется правилом кодирования информации выбранного кода:

$$R = \{r_1, r_2\} = f(x_1 x_2 x_3, y_1 y_2 y_3, \dots, z_1 z_2 z_3).$$

После приема сообщения относительно информационных разрядов повторно формируется вектор контрольных разрядов  $R''$  и определяется синдром ошибки:

$$E_C = R \oplus R''.$$

Каждому рабочему входному набору  $X_H$ , обеспечивающему определенное значение сигналов в информационных и контрольных разрядах

$$Y_k = x_1 x_2 x_3, y_1 y_2 y_3, \dots, z_1 z_2 z_3, r_1, r_2,$$

поставим в соответствие тестовый набор

$$T_H = \{\bar{Y}_k, \bar{R}''\} \Rightarrow Y_T,$$

порождающий противоположное значение сигналов в информационных и контрольных разрядах.

**Определение 1.** Инверсное значение результата суммирования значений информационных и контрольных разрядов

$$Y_k = x_1 x_2 x_3, y_1 y_2 y_3, \dots, z_1 z_2 z_3, r_1, r_2,$$

полученных на рабочем входном наборе с информационными и контрольными разрядами  $Y_T$ , полученными на тестовом наборе, будем считать тестовым вектором ошибки:

$$B = \overline{Y_k \oplus Y_T}.$$

Если ошибок нет, то тестовый вектор ошибки принимает нулевые значения.

**Определение 2.** Кодирование блоков информационных разрядов тестового вектора ошибки  $b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}$  по правилам рассматриваемого кода

$$r_{bi1} = b_{i1} \oplus b_{i2};$$

$$r_{bi2} = b_{i2} \oplus b_{i3},$$

дает код ошибки блоков тестовых разрядов:  $(E_{i1}, E_{i2}, \dots, E_{iW})$ .

$E_{ii} = f(B_{ii})$  – коды ошибок  $i$ -х блоков тестовых разрядов.

**Определение 3.** Скрытой будем называть ошибку, которая не проявляется на рассматриваемом входном рабочем наборе.

**Определение 4.** Ошибочный кодовый набор будем называть “правильным”, если он не содержит скрытых ошибок и “неправильным” в противном случае.

**Утверждение 1.** Исправление “неправильного” ошибочного кодового набора на основе тестового вектора ошибки приводит к псевдокоррекции.

**Доказательство.** При подаче тестового воздействия, обеспечивающего противоположное значение информационных разрядов, обнаруживаются любые ошибки. В этом случае тестовый вектор ошибки указывает номера ошибочных информационных разрядов, в том числе и разрядов, содержащих скрытые ошибки. Так как значения скрытых ошибок соответствуют рабочему входному набору, то их исправление на основе тестового вектора ошибки в свою очередь приведет к ошибке в корректируемом кодовом наборе.

**Следствие 1.** Тестово-кодовая коррекция кратных ошибок возможна при условии выявления скрытых ошибок (формирования поправки к тестовому вектору ошибки).

**Свойство 1.** Матрица поправок тестово-кодового метода обнаружения и коррекции ошибок на основе линейного кода с двумя контрольными разрядами для  $i$ -го блока информации имеет вид:

$$E_{iii} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

В данной матрице каждой скрытой ошибки поставим в соответствие значение поправки и соответствующий ей код адреса поправки, где три разряда левой части матрицы определяют значения разрядов вектора поправок, а два разряда правой части матрицы определяют код адреса поправки.

Очевидно, что размерность данной матрицы поправок (аппаратурные затраты на хранение значений поправок) гораздо меньше размерности матрицы поправок относительно всех информационных разрядов (особенно с увеличением числа информационных разрядов).

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

**Свойство 2.** Результат суммирования синдрома ошибки и кода ошибки блоков тестовых разрядов определяет код адреса поправки на скрытую ошибку  $i$ -го блока информационных разрядов

$$E_{Ki} = E_C \oplus E_{иi}$$

**Правило 3.** Для совокупности блоков информации  $1, 2, 3, \dots, w$  код адреса поправки на скрытую ошибку  $i$ -го блока информации определяется по правилу:

$$\begin{aligned} E_{K1} &= E_C \oplus E_{и1}; \\ E_{K2} &= E_C \oplus E_{и2}; \\ &\dots, \\ E_{Kw} &= E_C \oplus E_{иw}, \end{aligned}$$

где  $E_{и1}, E_{и2}, \dots, E_{иw}$  – коды ошибок  $i$ -х блоков тестовых разрядов.

**Свойство 3.** Каждому коду адреса поправок (правой группе элементов матрицы) соответствует прямое и обратное значение разрядов вектора поправок

$$E_{иi} \Rightarrow \{c_1, c_2, c_3; \bar{c}_1, \bar{c}_2, \bar{c}_3\},$$

где  $c_i$  – прямое значение разряда вектора ошибки;

$\bar{c}_i$  – инверсное значение разряда вектора ошибки.

Данное свойство вытекает из определения двойственного ошибочного кодового набора (противоположным значениям ошибочного кодового набора соответствует одинаковое значение синдрома ошибки).

**Следствие 2.** Для выбора значений поправки необходимо формировать признак поправки  $V$  (прямого или обратного значения разрядов поправки относительно рассматриваемого кода адреса поправки).

**Свойство 4.** Поправка имеет обратное значение, если все значения разрядов вектора поправки совпадают со значениями соответствующих информационных разрядов тестового вектора ошибки и прямое в обратном случае.

**Следствие 3.** При организации тестово-кодového метода коррекции ошибок вектор ошибки для  $i$ -го блока информационных разрядов равен:

$$E = \frac{b_1 b_2 b_3 \oplus \tilde{c}_1 \tilde{c}_2 \tilde{c}_3}{e_1 e_2 e_3},$$

где  $\tilde{c}$  – значение разряда вектора поправки (прямого или обратного).

**Правило 4.** Стратегия декодирования включает следующие положения:

- коррекция возможна если контрольные разряды тестового вектора ошибки имеют нулевые значения;

- коррекция возможна при возникновении одиночных и двойных ошибок в одном блоке информационных разрядов и отсутствии ошибок в остальных блоках информации (единичные значения сигналов имеет только один из блоков тестового вектора ошибок);

- передача информационных разрядов осуществляется без коррекции, если тестовый вектор ошибки содержит нулевые значения в информационных и контрольных разрядах;

- разрешается передача информационных разрядов без коррекции, если тестовый вектор ошибки содержит нулевые значения в информационных разрядах и единичные значения (ошибки) в контрольных разрядах;

- коррекция запрещается (формируется сигнал “Отказ устройства”), если все разряды  $i$ -го блока тестового вектора ошибки, соответствующие информационным разрядам, имеют единичные значения (3-х кратная ошибка), или наличия единичных значений сигналов одновременно в информационных и контрольных разрядах тестового вектора ошибки;

- при возникновении скрытой ошибки вектор ошибки формируется путем добавления поправки к тестовому вектору ошибки.

**Свойство 5.** Тестово-кодový метод обнаружения ошибок на основе линейного кода с двумя контрольными разрядами позволяет обнаружить все возможные ошибки в информационных и контрольных разрядах кодового набора.

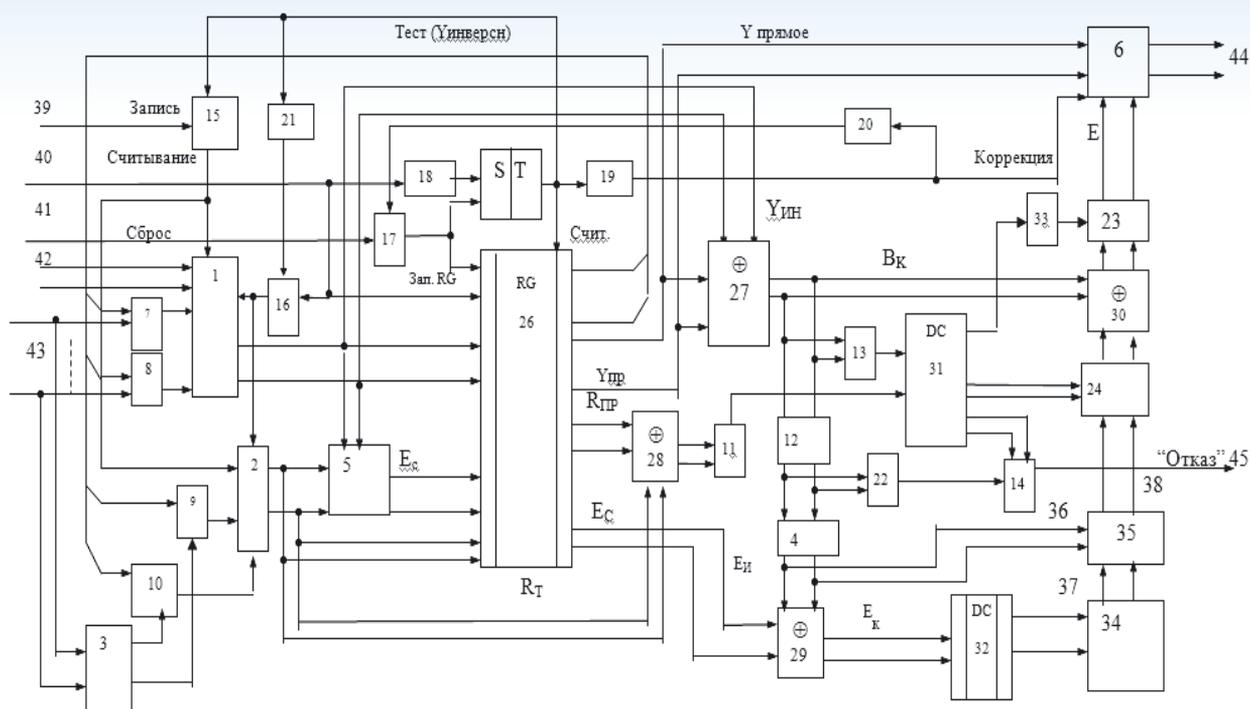
**Свойство 6.** Тестово-кодový метод коррекции ошибок на основе линейного кода с двумя контрольными разрядами позволяет корректировать одиночные и двойные ошибки в одном произвольном блоке информационных разрядов при условии отсутствия ошибок в других блоках информационных разрядов.

Рассматриваемый тестово-кодový метод обнаружения и коррекции ошибок в отличие от известных позволяет:

- корректировать 100% одиночных ошибок;
- корректировать двойные ошибки в информационных блоках;

- исключает методическую ошибку декодирования (характерную для большинства декодирующих устройств, реализующих метод «максимума правдоподобия», когда ошибки различной кратности, имеющие одинаковый синдром и принадлежащие одному смежному классу, корректируются исходя из кодового расстояния выбранного линейного кода);

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ



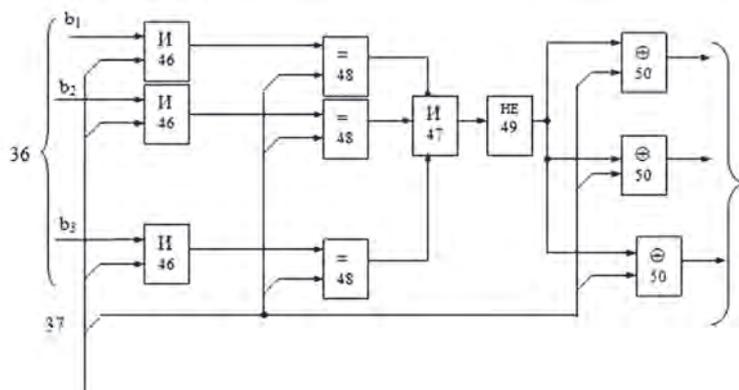
**Рис. 3.** Функциональная модель  
отказоустойчивого оперативного запоминающего устройства

## 2. Функциональная модель отказоустойчивого оперативного запоминающего устройства с тестово-кодовой коррекцией ошибок

Функциональная модель отказоустойчивого оперативного запоминающего устройства, реализующая данный методический аппарат представлена на *рисунке 3* [8].

Отказоустойчивое оперативное запоминающее устройство содержит исходный вычислительный канал 1, избыточный вычислительный канал 2, первое кодирующее устройство 3, второе кодирующее устройство 4, блок вычисления синдрома 5, корректор 6, с первого по восьмой 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 блоки элементов

ИЛИ, с первого по третий 15, 16, 17 элементы ИЛИ, с первого по четвертый 18, 19, 20, 21 элементы задержки, с первого по третий 22, 23, 24 блоки элементов И, RS-триггер 25, регистр 26, с первого по четвертый 27, 28, 29, 30 блоки элементов неравнозначности, первый 31 и второй 32 дешифраторы, 33-элемент НЕ, блок 34 хранения поправок, блок 35 вычисления признака поправки, входы 36, 37 являются входами блока 35 вычисления признака поправки, выход 38 является выходом блока 35 вычисления признака поправки, вход 39 "Запись", вход 40 "Считывание", вход 41 "Сброс", адресные входы 42, информационные входы 43, информационные выходы 44, выход 45 восьмого блока 14 элементов ИЛИ является выходом формирования сигнала



**Рис. 4.** Схема блока вычисления признака поправки

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

ла “Отказ устройства”. На *рисунке 4* представлена схема блока 33 вычисления признака поправки. Он содержит группу 46 – элементов И, 47 – элемент И, элементы 48 равнозначности, 49 – элемент НЕ, группу элементов 50 неравнозначности.

При построении отказоустойчивого ЗУ на основе кода, обнаруживающего одиночные и двойные ошибки с двумя контрольными разрядами аппаратурные затраты для построения избыточного вычислительного канала составят:

$$C_T = 12M.$$

Аппаратурные затраты на построение кодирующего устройства, выраженные через простейшие логические элементы, определяются выражением:  $C_{KV}^T = [(k-w) - 1]8$ , где  $w$  – число блоков информации информационных разрядов (по три разряда в каждом блоке).

Аппаратурные затраты на построение декодирующего устройства обнаруживающего и исправляющего ошибки определяются аппаратурными затратами (смотри *рисунки 3* и *4*) на построение:

- второго кодирующего устройства 4;
- блока 5 вычисления синдрома;
- корректора 6;
- с пятого 11 по восьмой 14 блоков элементов ИЛИ;
- с первого 22 по третий 24 блоков элементов И;
- триггера 25;
- регистра 26;
- с первого 27 по четвертый 30 блоков элементов неравнозначности;
- первого 31 и второго 32 дешифраторов;
- элемента 33 НЕ;
- блока 34 хранения поправок ;
- блока 35 вычисления признака поправки.

Второе кодирующее устройство осуществляет кодирование трех информационных разрядов тестового вектора ошибки В (сгруппированных в три разряда шестым блоком 12 элементов ИЛИ):

$$r_{bi1} = b_{i1} \oplus b_{i2}; \quad r_{bi2} = b_{i2} \oplus b_{i3},$$

т.е. аппаратурные затраты второго кодирующего устройства составляют два элемента неравнозначности или восемь простейших логических элементов:

$$C_{2KV} = 8 \text{ л.э.}$$

Блок 5 вычисления синдрома осуществляет кодирование считываемых информационных разрядов с исходного вычислительного канала 1

$$C_{KV}^{BVC1} = [(k-w) - 1]8$$

и вычисления синдрома ошибки (два элемента неравнозначности), т.е.:

$$C_{KV}^{BVC} = [(k-w) - 1]8 + 8 \text{ л.э.}$$

Для построения корректора 6 потребуется  $k$ -элементов неравнозначности, тогда аппара-

турные затраты корректора составят:

$$C_K = 4_k \text{ л.э.}$$

Пятый блок 11 элементов ИЛИ содержит один простейший (двухвходовый) элемент ИЛИ:

$$C_{5ИЛИ} = 1 \text{ л.э.}$$

Шестой блок 12 элементов ИЛИ осуществляет группирование одноименных разрядов информационных блоков тестового вектора ошибки, аппаратурные затраты которого определяются выражением:

$$C_{6ИЛИ} = (w-1)3 \text{ л.э.}$$

Аппаратурные затраты седьмого блока 13 элементов ИЛИ составят:

$$C_{7ИЛИ} = 2w \text{ л.э.}$$

Восьмой блок 14 элементов ИЛИ обеспечивает единичное значение сигнала при наличии трех единичных значений в одном из блоков тестового вектора ошибки (при наличии сигнала на выходе первого блока 22 элементов И), при наличии ошибок одновременно в контрольных разрядах и наличии единичных значений сигналов хотя бы в одном из информационных блоках тестового вектора ошибки (одновременного появления сигналов на выходе пятого 11 и седьмого 13 блоков элементов ИЛИ) или одновременного наличия единичных значений сигналов в двух и более информационных блоках тестового вектора ошибки (одновременного наличия сигналов на двух и более выходах седьмого блока 13 элементов ИЛИ).

В этом случае аппаратурные затраты восьмого блока 14 элементов ИЛИ составят:

$$C_{8ИЛИ} = [(2^{w+1} - w)] \text{ л.э.}$$

Первый блок 22 элементов И содержит два элемента И, т.е. его аппаратурные затраты равны:

$$C_{1И} = 2 \text{ л.э.}$$

Аппаратурные затраты второго блока 23 элементов И составляют:

$$C_{2И} = k \text{ л.э.}$$

Аппаратурные затраты третьего блока 24 элементов И определяются выражением:

$$C_{3И} = 3w \text{ л.э.}$$

Для построения триггера 25 потребуется четыре логических элемента:

$$C_{TP} = 4 \text{ л.э.}$$

Аппаратурные затраты регистра 26 составят:

$$C_{PT} = 6n \text{ л.э.}$$

Первый блок 27 элементов неравнозначности содержит  $k$ -элементов неравнозначности, т.е. его аппаратурные затраты равны:

$$C_{1C} = 4k \text{ л.э.}$$

Второй 28 и третий 29 блоки элементов неравнозначности содержат по два элемента неравнозначности, т.е. их аппаратурные затраты равны:

$$C_{2C} = 8 \text{ л.э.}$$

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

$$C_{3c} = 8 \text{ л.э.}$$

Четвертый блок 30 элементов неравнозначности содержит  $k$ -элементов неравнозначности, т.е. его аппаратурные затраты равны:

$$C_{4c} = 4k \text{ л.э.}$$

Первый дешифратор 31 предназначен для формирования адреса блока информационных разрядов, имеющего ошибку (дешифратор декодирующего устройства для исправления ошибки). Для этого потребуется  $(w-1)w$  простейших логических элементов, т.е.:

$$C_{1д.и.о.} = (w-1)w \text{ л.э.}$$

Соответственно аппаратурные затраты декодирующего устройства для обнаружения ошибки составят:

$$C_{1д.о.о.} = 2(2^{w+1}-2) - (w-1)w \text{ л.э.}$$

Второй дешифратор 32 имеет два входа, следовательно, его аппаратурные затраты равны:

$$C_{2д} = 4 \text{ л.э.}$$

Матрица поправок предлагаемого метода тестово-кодowego обнаружения и коррекции ошибок содержит четыре трехразрядных слова, для хранения которых, потребуется 12 триггеров и 12 элементов И (для проведения считывания требуемой поправки). В этом случае аппаратурные затраты блока 34 хранения поправки составят:

$$C_{бхп} = 40 \text{ л.э.}$$

Блок 35 вычисления признака поправки содержит (смотри *рисунок 4*) три элемента неравнозначности, три элемента равнозначности и

**Таблица 1.** Аппаратурные затраты декодирующего устройства тестово-кодowego метода обнаружения ошибок

№ п/п	Аппаратурные затраты декодирующего устройства	Аппаратурные затраты на исправление ошибки	Аппаратурные затраты на исправление ошибки
1	2	3	4
1	$C_{2кв}$	+	-
2	$C_{БВС/КУ}$	+	+
3	$C_{к}$	+	-
4	$C_{5или}$	-	+
5	$C_{6или}$	+	+
6	$C_{7или}$	+	+
7	$C_{8или}$	-	+
8	$C_{1и}$	-	+
9	$C_{2и}$	+	-
10	$C_{3и}$	+	-
11	$C_{тр}$	+	+
12	$C_{рг}$	+	+
13	$C_{1с}$	+	+
14	$C_{2с}$	-	+
15	$C_{3с}$	+	-
16	$C_{4с}$	+	-
17	$C_{1д.и.о.}$	+	-
18	$C_{1д.о.о.}$	-	+
19	$C_{бхп}$	+	-
20	$C_{бвпп}$	+	-
21	$C_{2д}$	+	-

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

шесть логических элементов, т.е. его аппаратурные затраты равны:  $C_{БВП} = 30$  л.э.

В *таблице 1* представлены аппаратурные затраты декодирующего устройства, участвующие в исправлении и обнаружении ошибок (в третьем и четвертом столбцах таблицы знаком «+» помечены аппаратурные затраты участвующие в соответствующей операции, знаком «-» – не участвующие).

Таким образом аппаратурные затраты декодирующего устройства для исправления ошибки определяются выражением:

$$C_{ДУ.ТК.ИО} = C_{2КУ} + C_{КУ}^{БВС} + C_K + C_{6МЛИ} + C_{7МЛИ} + C_{2И} + C_{3И} + C_{ТР} + C_{РГ} + C_{1С} + C_{3С} + C_{4С} + C_{ВД.ИО} + C_{ВД.ОО} + C_{2Д} + C_{БХП} + C_{БВП} = 8 + [(k-w) - 1]8 + 8 + 4k + (w-1)3 + 2w + k + 3w + 4 + 6n + 4k + 8 + 4k + 4 + 40 + 30 + (w-1)w = 91 + 21k + 6n + w^2 - w.$$

Аппаратурные затраты декодирующего устройства для обнаружения ошибки определяются выражением:

$$C_{ДУ.ТК.ИО} = C_{КУ}^{БВС} + C_{5МЛИ} + C_{6МЛИ} + C_{7МЛИ} + C_{8МЛИ} + C_{И} + C_{ТР} + C_{РГ} + C_{1С} + C_{2С} + C_{ВД.ОО} = [(k-w) - 1]8 + 8 + 1 + (w-1)3 + 2w + [(2^{w+1} - w) - 1] + 2 + 4 + 6n + 4k + 8 + 2(2^{w+1} - 2) - (w-1)w = 12k + 6n + 3(2^{w+1}) - w^2 - 5w + 7.$$

Общие затраты декодирующего устройства для тестово-кодowego метода составят:

$$C_{ДУ.ТК.ОБ} = C_{2КУ} + C_{КУ}^{БВС} + C_K + C_{5МЛИ} + C_{6МЛИ} + C_{7МЛИ} + C_{8МЛИ} + C_{И} + C_{2И} + C_{3И} + C_{ТР} + C_{РГ} + C_{1С} + C_{2С} + C_{3С} + C_{4С} + C_{ВД.ИО} + C_{ВД.ОО} + C_{2Д} + C_{БХП} + C_{БВП} = 8 + [(k-w) - 1]8 + 8 + 4k + (w-1)3 + 2w + [(2^{w+1} - w) + 2 + k + 3w + 4 + 6n + 4k + 8 + 8 + 4k + 2w + [(2^{w+1} - 2) + (w-1) + 4 + 40 + 30 = 101 + 21k + 6n + 3^{2w+1} + 2w.$$

Осуществим сравнение аппаратурных затрат

при построении отказоустойчивого ОЗУ, содержащего 1000 двенадцатиразрядных слов памяти ( $M=1000, k=12$ ) модифицированным кодом Хемминга.

В этом случае потребуется шесть контрольных разрядов. Аппаратурные затраты декодирующего устройства для исправления ошибки составят 342 л.э., а для обнаружения ошибки – 72 л.э. Общие аппаратурные затраты на построение декодирующего устройства при использовании кода Хемминга составят 414 л.э. Для хранения одной тысячи шестиразрядных значений контрольных разрядов (избыточного вычислительного канала) потребуется 36000 л.э. Таким образом, при использовании модифицированного кода Хемминга, аппаратурные затраты резервного оборудования 36414 л.э.

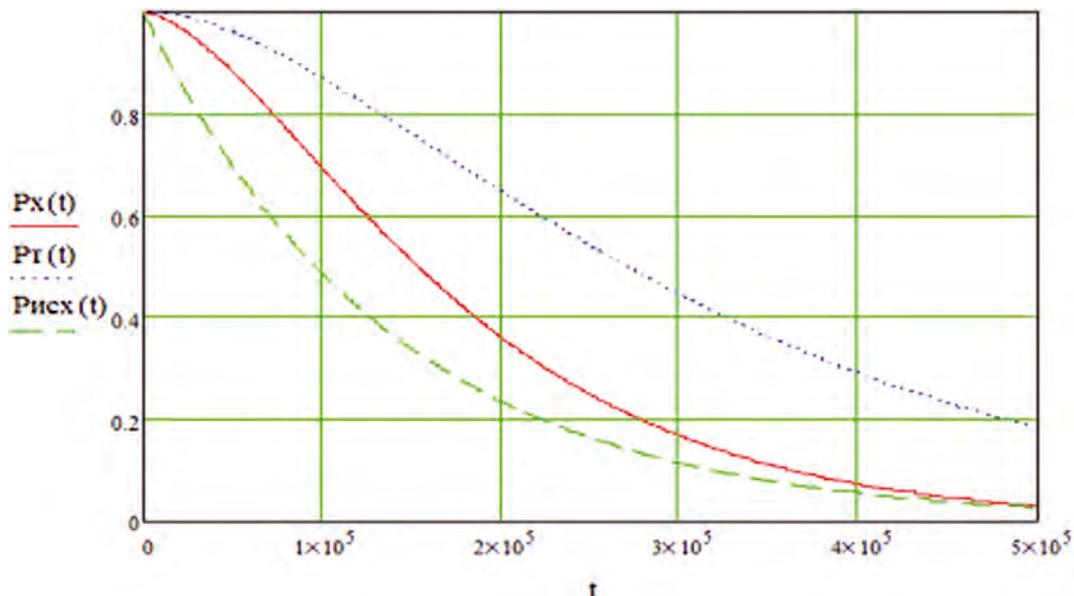
При использовании предлагаемого методического аппарата тестово-кодowego обнаружения аппаратурные затраты составят:

- для декодирующего устройства исправляющего ошибки – 439 л.э.;

- для декодирующего устройства обнаруживающего ошибки – 295 л.э.;

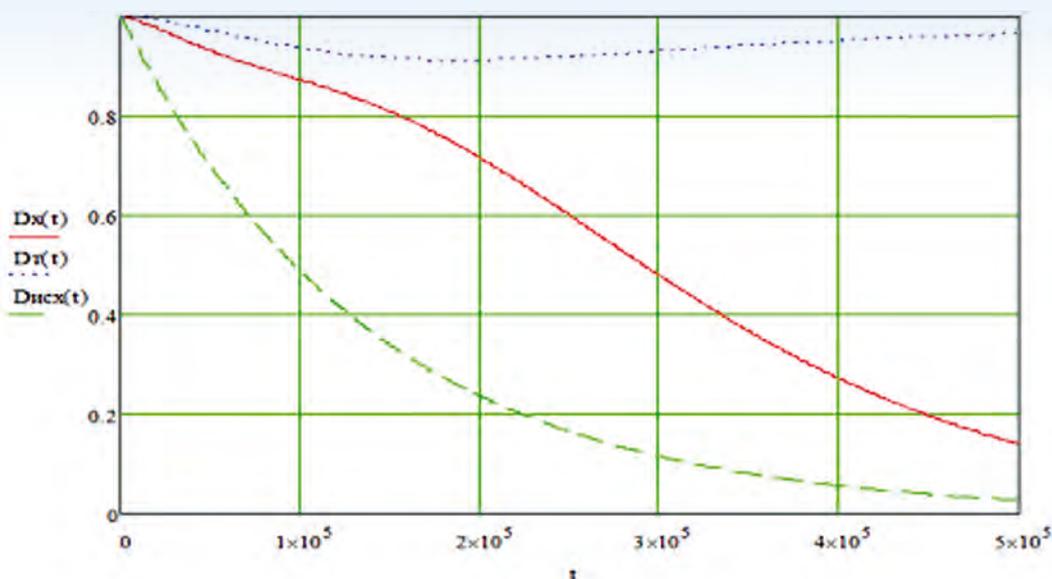
Полные аппаратурные затраты на построение декодирующего устройства (с учетом того, что часть аппаратурных затрат участвует и в обнаружении и коррекции ошибок) составляет 541 л.э., а на построение избыточного вычислительного канала (хранения значений двух контрольных разрядов в кодовом наборе) потребуется 12000 л.э.

Общие аппаратурные затраты резервного обо-



**Рис. 5.** Вероятности безотказной работы:  $P_{ux}(t)$  – нерезервированного ОЗУ;  $P_x(t)$  – резервированного на основе кода Хемминга;  $P_тх(t)$  – на резервированного на основе методического аппарата тестово-кодовой защиты

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ



**Рис. 6.** Достоверность функционирования:  $D_{исх}(t)$  – нерезервированного ОЗУ;  $D_x(t)$  – резервированного на основе кода Хемминга;  $D_\gamma(t)$  – резервированного на основе методического аппарата тестово-кодовой защиты.

рудования при использовании предлагаемого методического аппарата составят 12541 л.э., то есть практически в три раза меньше, чем при использовании модифицированного кода Хемминга.

#### 4. Сравнительная оценка эффективности кода Хемминга и тестово-кодовой коррекции ошибок

Для оценки эффективности тестово-кодового метода, осуществим сравнительную оценку надежности и достоверности функционирования отказоустойчивого ОЗУ, резервированного рассматриваемым методом и широко используемым для этих целей кодом Хемминга.

Для оценки достоверности функционирования и вероятности безотказной работы ОЗУ с использованием корректирующих кодов, используем выражения (1, 2).

На *рисунках 5, 6* представлены зависимости, характеризующие соответственно вероятности безотказной работы и достоверности функционирования исходного ОЗУ, отказоустойчивого ОЗУ, резервированного на основе модернизированного кода Хемминга и предлагаемого методического аппарата.

Проведенная сравнительная оценка позволяет сделать вывод о том, что предлагаемый методический аппарат обеспечивает наибольший выигрыш в вероятности безотказной работы и достоверности функционирования, минимизацию информационной и аппаратурной избыточности по отношению к существующим методам.

#### Литература

1. Щербаков Н.С. Достоверность работы цифровых устройств. М.: Машиностроение, 1989. 224 с.
2. Павлов А.А. Оценка эффективности методов повышения достоверности функционирования устройств хранения информации телекоммуникационных систем // Известия Института инженерной физики, 2011. №4(22). С. 36-41.
3. R. Naseer and J. Draper. Parallel Double Error Correcting Code Design to Mitigate Multi-Bit Upsets in SRAMs // Information Sciences Institute University of Southern California, IEEE Trans Device. Mater 2008. Vol. 6. P. 222-225.
4. Prager K., Vahey M., Farwell W., Whitney J., Lieb J. A fault tolerant signal processing computer // Dependable Systems and Networks, 2000. DSN 2000. Proceedings International Conference on. 2000. P. 169-174.
5. Hagbae Kim, Kang G. Shin Evaluation of Fault Tolerance Latency from Real-Time Application's Perspectives // IEEE Transactions on computers, January 2000. Vol. 49. №1. P. 55-64.
6. Павлов А.А., Романенко Ю.А., Павлов А.А., Шандриков А.В. Тестово-кодовый метод обнаружения и коррекции ошибок оперативных запоминающих устройств специализированных ЭВМ // Контроль. Диагностика. 2001. №8. С. 14-17.
7. Павлов А.А., Павлов А.А., Царьков А.Н., Хоруженко О.В. Функционально-кодовый метод обнаружения двойных ошибок в устройствах хранения информации автоматизированных систем контроля и управления // Контроль. Диагностика. 2009. №10. С. 60-64.
8. Пат. 150426 Российская Федерация. МПК7 G11C29, G06F11/07. Отказоустойчивое оперативное запоминающее устройство / Павлов А.А., Павлов А.А., Сорокин Д.Е., Бурмистров А.А., Гусев А.В., Царьков А.Н. – №2014133985; заявл. 20.08.14; опубл. 20.02.15, Бюл. №5.
9. Павлов А.А., Царьков А.Н., Роберт И.В., Павлов П.А., Сорокин Д.Е., Бурмистров А.А., Иванов Д.Д. Тестово-кодовая коррекция ошибок статических оперативных запоминающих устройств // Известия Института инженерной физики, 2015. №3(37). С. 31-37.

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 004.72

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ УГРОЗАМ БЕЗОПАСНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ МЕЖУРОВНЕВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И УСОВЕРШЕНСТВОВАННОЙ АРХИТЕКТУРЫ СТЕКА ПРОТОКОЛОВ\*

## THE EFFECTIVENESS OF COUNTERING THREATS TO THE SECURITY OF INFORMATION PROCESSES BY USING DIFFERENT METHODS OF CROSS-LAYER OPTIMIZATION, AND ADVANCED ARCHITECTURE OF THE PROTOCOL STACK



**Евгений Олегович Карпухин**

*кандидат технических наук  
доцент*

Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)  
старший научный сотрудник

Центр информационных технологий в проектировании РАН

Адрес МАИ: 125993, Москва, Волоколамское ш., д. 4

Адрес ЦИТП РАН: 143000, Московская обл.,

г. Одинцово, ул. Маршала Бирюзова, д. 7а

Тел.: +7(916)011-75-05 E-mail: ret1987@yandex.ru

### Аннотация

Проблема повышения защищенности систем и сетей передачи данных между наземной станцией и космическим аппаратом в условиях радиоэлектронного противодействия включает в себя в том числе и вопросы построения эффективных архитектур программных систем на основе стека протоколов TCP/IP с применением межуровневых методов оптимизации. Для каждого межуровневого метода приводятся оценки безопасности его применения в сравнении с неоптимизированной иерархической архитектурой. Количественная оценка результатов совместно с графическим представлением показала, что метод межуровневой оптимизации «единая точка управления» оказывается эффективным при малых вероятностях ошибки на межуровневых связях и работы протокольной машины, а метод «новые элементы» повышает безопасность системы уже при вероятности ошибки 0,05 и при ее дальнейшем росте защищенность системы только возрастает. Исследованная в работе оптимизированная архитектура стека протоколов применима при незначительных вероятностях ошибки на межуровневых связях и работы протокольной машины и может быть усовершенствована путем введения дополнительных протокольных элементов и компонентов.

**Ключевые слова:** оптимизация протоколов, TCP/IP,

межуровневая оптимизация, надежность ПО, архитектура стека протоколов.

### Summary

The problem of increasing the security in systems and networks of data transmission between the ground station and the spacecraft under electronic countermeasures include the issues of building effective software architecture based systems on stack TCP/IP protocol with the use of cross-layer optimization techniques. For each cross-layer method provides safety evaluation of its application as compared with non-optimized hierarchical architecture. Quantification of the results with the graphical representation shows that the method of cross-layer optimization «single point of control» is effective for small errors at the cross-layer relations and the protocol machine operation. The method «new elements» enhances the security of the system even when the probability of error of 0.05 and its future growth will only increase the security of the system. The investigated in this work optimized protocol stack architecture is applicable for small errors at the cross-layer relations and the protocol machine operation and can be improved by introducing additional protocol elements and components.

**Key words:** adjustment algebraic linear code correcting cyclic code, single and double errors, latent error correction for hidden bugs, test vector errors.

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-07-31247 мол\_a

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

## Введение

В последние годы происходит интенсивное развитие авиационно-космической области. Запускаются новые космические аппараты, предоставляющие широкий спектр услуг, включающие в себя передачу данных с использованием открытых протоколов стека TCP/IP. Однако доступность технологий радиоэлектронного противодействия, основанных на применении программно-определяемой радиосистемы, существенно упрощают злоумышленнику реализацию атак на абонентов спутниковых систем и сетей связи. Существующие методы и средства защиты таких систем вносят значительные накладные расходы при передаче данных по беспроводным каналам, что приводит к увеличению размера сетевого пакета, а, следовательно, и к росту вероятности появления ошибок в нем.

В разрешении указанного противоречия оптимизация протоколов играет все более важную роль, т.к. она позволяет с минимальными накладными расходами повысить эффективность управления сетью и обеспечить ее безопасность. В работе [1] авторы утверждают, что, вместо того, чтобы пытаться оптимизировать существующие протоколы, протоколы должны быть разработаны для простоты оптимизации. Такой подход, по мнению авторов, обеспечит превосходные кривые зависимостей простота-оптимальность при функционировании протоколов. Однако разработка и внедрение таких протоколов является крайне трудной задачей, поэтому необходимо повышать эффективность и безопасность информационного взаимодействия абонентов телекоммуникационных систем и сетей с учетом использования ими стандартизированных протоколов, таких как TCP, IP, HTTP и других.

В работе [2] были проанализированы направления и методы оптимизации протоколов информационного взаимодействия и выделены наиболее перспективные. Однако для создания на их основе защищенной архитектуры программной системы, содержащей набор протоколов и служб, требуется наилучшим образом обеспечить безопасность открытой системы при воздействии на нее атакующих воздействий со стороны злоумышленника. Эта задача предполагает оценку эффективности межуровневых методов оптимизации, таких как «оптимизация двух или более уровней путем создания новых интерфейсов между ними», «оптимизация взаимодействия уровней путем централизации управления ими» и «создание новых протокольных элементов (компонентов)».

Монография [3] посвящена теоретическим и прикладным аспектам обеспечения безопасности программного обеспечения, но рассмотренные в ней методы и модели анализа безопасности программ, к которым можно отнести программную реализацию протоколов, не позволяют сравнить упомянутые выше методы оптимизации протоколов. В случае использования логико-аналитических методов строится модель программы (протокола) и формально доказывается эквивалентность модели исследуемой программы и модели разрушающего программного средства. Для каждого из протоколов, составляющих архитектуру программной системы, таких моделей может быть множество, что делает поставленную задачу трудноразрешимой.

При применении контрольно-испытательных методов необходимо определить набор критичных с точки зрения безопасности параметров программы и операционной среды, что трудновыполнимо для протокольной реализации, т.к. она затрагивает разные операционные системы и множество входных параметров и реализаций протоколов. Ситуация усугубляется тем, что большинство оценок протокольных уязвимостей носит экспертный характер, а актуальная статистика подвержена серьезным изменениям от одного бюллетеня безопасности к другому.

Выходом из сложившейся ситуации может являться использование подходов из теории надежности и безопасности структурно-сложных систем [4], к которым относится программная архитектура стека протоколов.

Весь спектр интересов субъектов, связанных с использованием информации, можно разделить на аспекты обеспечения доступности, целостности и конфиденциальности ресурсов информационной среды и поддерживающей инфраструктуры [5]. Угрозы информационной безопасности, связанные с конфиденциальностью и целостностью, не столь актуальны при оптимизации протоколов информационного взаимодействия, т.к. открытые протоколы могут использовать криптографические примитивы для эффективной защиты передаваемых данных. В этом случае незащищенным остается уровень взаимодействия между протоколами и обработкой данных службами и приложениями. Исходя из приведенных логических рассуждений, необходимо минимизировать число таких взаимодействий и служб. Наиболее уязвимой частью программной архитектуры в этом случае является внедрение новых интерфейсов между протоколами, что снижает надежность их функционирования, связанного с аспектом доступности.

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

## Оценка безопасности применения межуровневых методов оптимизации протоколов информационного взаимодействия

Рассмотрим безопасность применения межуровневых методов оптимизации протоколов информационного взаимодействия, которые были приведены выше. В работе [6] показано, что структура программного продукта, к которому можно отнести совокупность реализаций сетевых протоколов и программных архитектур на их основе, всегда имеет последовательную схему соединения программных модулей (в нашем случае это протоколы, их элементы и компоненты) в смысле надежности. Воспользуемся результатами, полученными в [7] для оценки безопасности применения методов оптимизации протоколов как категории надежности программного обеспечения.

Стек протоколов, являющийся иерархически организованным набором сетевых протоколов, который достаточен для организации взаимодействия узлов в сети, представляет последовательное соединение модулей (рисунк 1). По теореме умножения вероятностей вероятность безотказной работы системы равна произведению вероятности безотказной работы элементов и при условии равенства надежностей  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$ ,  $P_3(t)$ ,  $P_4(t)$  каждого элемента и его связей с другими, получим вероятность безошибочного функционирования стека протоколов при реализации атаки:

$$P_{исх} = (1 - P_{np})^n = (1 - (P_{nm} + P_{св}))^n, \quad (1)$$

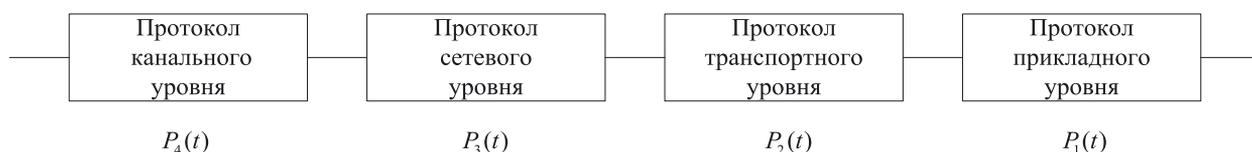
где  $P_{np}$  – вероятность отказа функционирования (уязвимости) одного из уровней стека протоколов;

$P_{nm}$  – вероятность некорректного функционирования протокольной машины при реализации атаки;

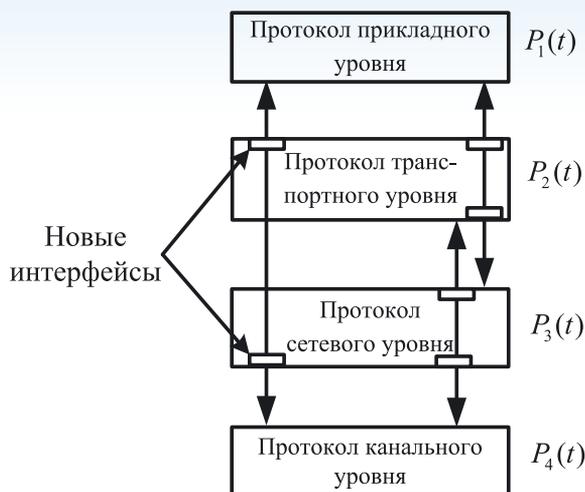
$P_{св}$  – вероятность ошибки на межуровневых связях;

$n$  – общее число протоколов.

Перейдем к методу «оптимизация двух или более уровней путем создания новых интерфейсов между ними» (рисунк 2) и оценим безопасность внедрения на его основе архитектуры программной системы.



**Рис. 1.** Схема последовательного соединения протоколов четырех уровней стека протоколов



**Рис. 2.** Создание новых интерфейсов между уровнями

Предположим, что каждый протокол был соединен со всеми остальными для обмена служебными данными и улучшения своего функционирования, тогда вероятность безошибочной работы телекоммуникационного устройства при реализации данного метода оптимизации с учетом воздействия злоумышленника составит:

$$P_{ну} = (1 - (P_{nm} + (n-1) \cdot P_{св}))^n. \quad (2)$$

Поделив выражение (2) на (1) получим:

$$\frac{P_{ну}}{P_{исх}} = \left( 1 - \frac{(n-2) \cdot P_{св}}{1 - (P_{nm} + P_{св})} \right)^n. \quad (3)$$

Так как

$$\frac{(n-2) \cdot P_{св}}{1 - (P_{nm} + P_{св})} > 0,$$

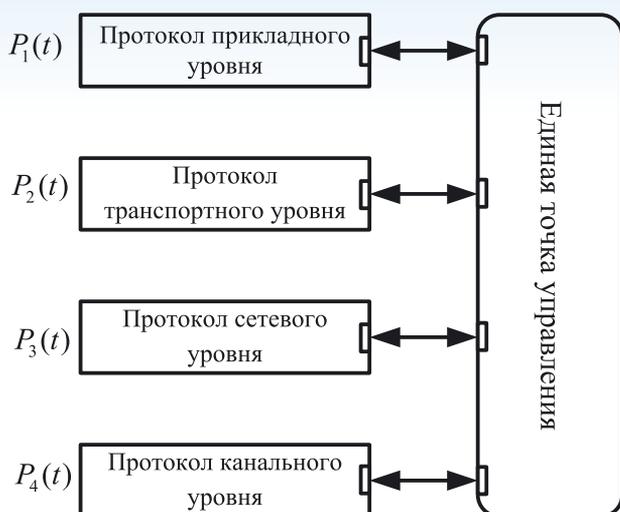
то

$$\frac{P_{ну}}{P_{исх}} < 1,$$

что означает ухудшение безопасности оптимизированной системы и появления в ней новых уязвимостей.

Для метода «оптимизация взаимодействия уровней путем централизации управления ими» (см. рисунок 3) вероятность безошибочной работы составляет

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ



**Рис. 3.** Взаимодействие нескольких уровней через единую точку управления

$$P_{\text{ему}} = (1 - (P_{\text{лм}} + P_{\text{св}}))^{n+1}.$$

В этом случае

$$\frac{P_{\text{ему}}}{P_{\text{исх}}} = 1 - P_{\text{лм}} - P_{\text{св}} \quad (4)$$

и результат оптимизации будет тем хуже, чем уязвимей единая точка управления.

Последний метод межуровневой оптимизации «создание новых протокольных элементов (компонентов)», представленный на рисунке 4, предполагает наличие дублирующих элементов, которые могут повысить надежность уязвимых элементов и связей между ними. Вероятность безошибочной работы при наличии координатора, который выбирает подходящий путь в зависимости от характеристик сетевой среды, составляет (5):

$$P_{\text{нэ}} = (1 - (P_{\text{лм}} + P_{\text{св}}))^{n-m-2} \cdot (1 - P_{\text{лм}})^2 \cdot (1 - (1 - (P_{\text{лм}} + P_{\text{св}}))^k \cdot (1 - P_{\text{св}})^2 \cdot (1 - (P_{\text{лм}} + P_{\text{св}}))^m), \quad (5)$$

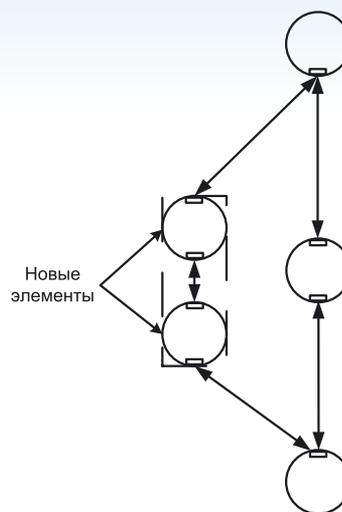
где  $k$  – количество добавленных протоколов и протокольных элементов, которые дублируют  $m$  существующих.

Выражение для отношения  $\frac{P_{\text{нэ}}}{P_{\text{исх}}}$

$$\frac{P_{\text{нэ}}}{P_{\text{исх}}} = \frac{(1 - (1 - (P_{\text{лм}} + P_{\text{св}}))^k \cdot (1 - P_{\text{св}})^2 \cdot (1 - (P_{\text{лм}} + P_{\text{св}}))^m) \cdot (1 - P_{\text{лм}})^2}{(1 - (P_{\text{лм}} + P_{\text{св}}))^{m+2}} \quad (6)$$

не зависит от количества протоколов в системе, а определяется числом дублирующих друг друга протоколов и протокольных элементов.

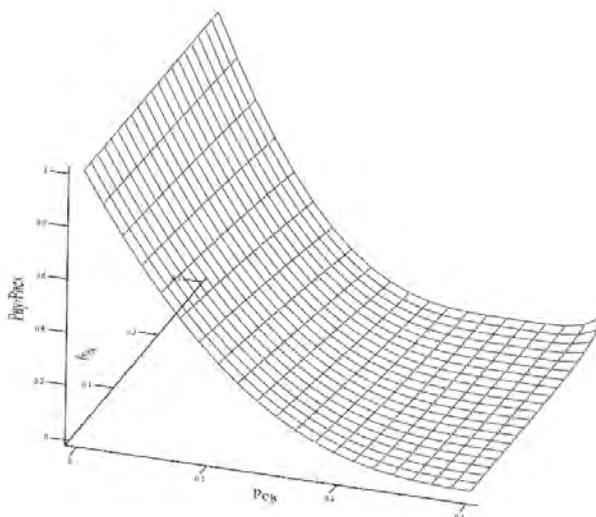
Сравним эффективность представленных оценок (3), (4) и (6) для каждого метода между-



**Рис. 4.** Добавление новых элементов для улучшения работы стека протоколов

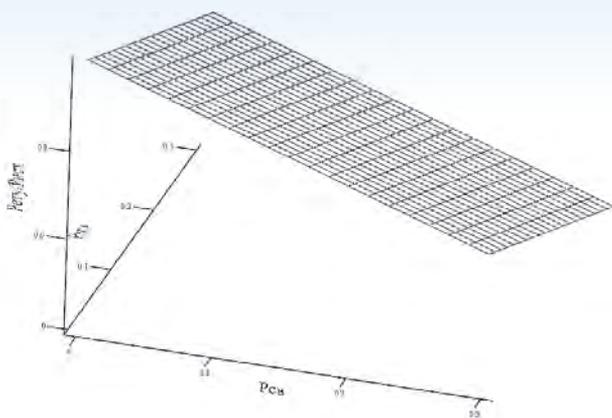
уровневой оптимизации. Будем исходить из того, что стек состоит из четырех протоколов, что характерно для стека протоколов TCP/IP, а число новых протокольных элементов  $k$  равно 2 при дублировании наименее надежного (см. рисунок 4). Результаты сравнения представлены на рисунках 5-7.

По приведенным выше графикам видно, что метод «единая точка управления» оказывается эффективным при малых вероятностях ошибки на межуровневых связях и работы протокольной машины. Однако уже при росте вероятности нарушения корректного функционирования стека протоколов до 0,05 наличие резервных (вспомогательных) элементов и связей в методе «новые элементы» дает выигрыш, который



**Рис. 5.** Эффективность метода межуровневой оптимизации «новые интерфейсы»

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

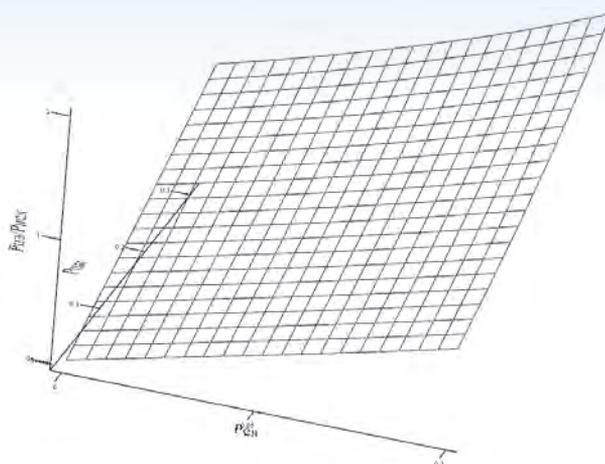


**Рис. 6.** Эффективность метода межуровневой оптимизации «единая точка управления»

в дальнейшем будет только нарастать. Исходя из полученных количественных оценок эффективности межуровневых методов оптимизации и представленных графиков, разрабатываемая архитектура программной системы должна сочетать в себе метод «единая точка управления» и «новые элементы».

### Разработка архитектуры программной системы на основе методов межуровневой оптимизации протоколов «единая точка управления» и «новые элементы»

В работе [8] приведена архитектура, которая использует различные методы протокольной оптимизации, в том числе и межуровневые. Выполним оценку эффективности данной архитектуры при воздействии на систему с данной архитектурой деструктивного воздействия. Для начала упростим структуру межуровневых связей, объединив физический и канальный уровень, как это сделано в ОС семейства Windows



**Рис. 7.** Эффективность метода межуровневой оптимизации «новые элементы»

введением спецификации интерфейса сетевого драйвера (network driver interface specification), а также будем считать, что протокол ICMP является частью реализации сетевого уровня (см. рисунок 8).

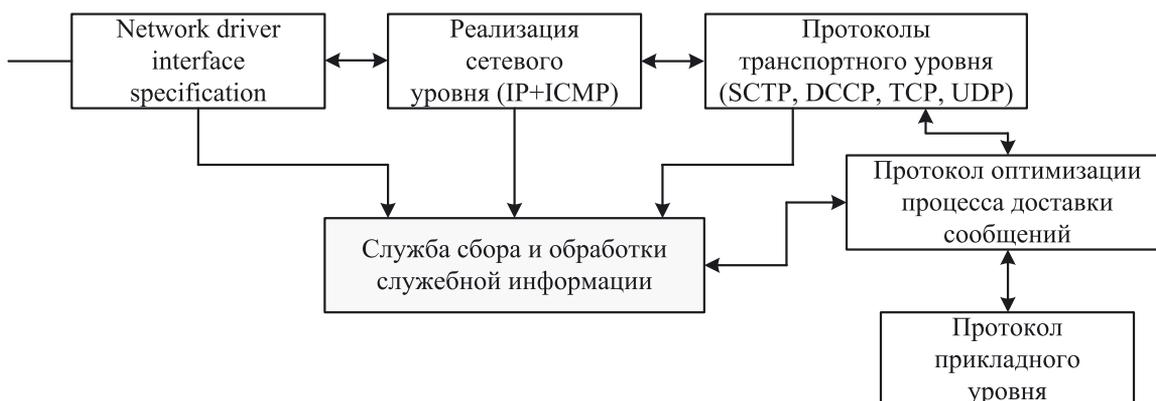
Как видно из приведенной модели, протоколы транспортного уровня дублируют друг друга, поэтому оценка их уязвимости к деструктивному воздействию со стороны атакующего определяется выражением:

$$P_{TY} = (1 - (P_{лм} + 2 \cdot P_{св}))^4. \quad (7)$$

Для связи, состоящей из протокола оптимизации процесса доставки сообщений и службы сбора и обработки служебной информации, вероятность атаки составляет:

$$P_{сг} = (1 - (P_{лм} + 2 \cdot P_{св}))^2. \quad (8)$$

При получении данного выражения был учтен тот факт, что служба сбора и обработки служебной информации имеет только интерфейс на прием данных от протоколов канального, сетевого и транспортного уровней. Так как вероятность нарушения корректного функционирования



**Рис. 8.** Модель оптимизированной архитектуры системы информационного взаимодействия на основе стека протоколов TCP/IP

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

ния протоколов канального, сетевого и прикладного уровней характеризуется выражением:

$$P_{КСП} = (1 - (P_{nm} + P_{cv}))^3 \quad (9)$$

из-за их иерархического соединения, то уязвимость архитектуры перед воздействием атакующих воздействий в силу иерархичности расположения уровней и связей между ними составляет

$$P_{Пр.арх} = P_{Сл} \cdot P_{КСП} \cdot P_{ТУ} \quad (10)$$

Подставив (7), (8) и (9) в выражение (10), получим

$$P_{Пр.арх} = (1 - (P_{nm} + 2 \cdot P_{cv}))^2 \cdot (1 - (P_{nm} + P_{cv}))^3 \cdot (1 - (P_{nm} + 2 \cdot P_{cv}))^4 \quad (11)$$

Оценим эффективность внедрения данной архитектуры в системы информационного взаимодействия. Для этого сравним уязвимость программной системы, использующей данную архитектуру, с системами, которые используют традиционную (не оптимизированную) структуру стека протоколов.

$$\frac{P_{Пр.арх}}{P_{исх}} = \frac{(1 - (P_{nm} + 2 \cdot P_{cv}))^2 \cdot (1 - (P_{nm} + P_{cv}))^3 \cdot (1 - (P_{nm} + 2 \cdot P_{cv}))^4}{(1 - (P_{nm} + P_{cv}))^4}$$

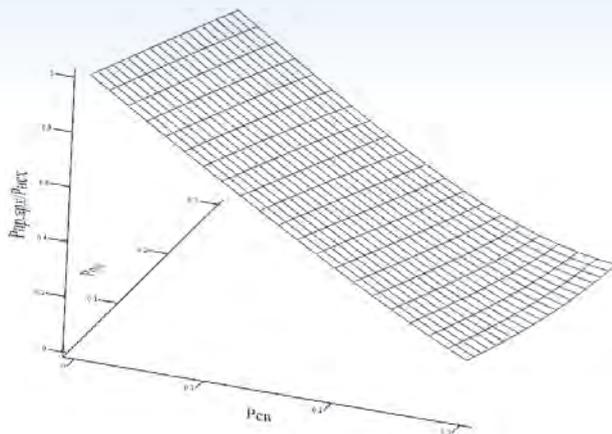
Упростив данное выражение, получим:

$$\frac{P_{Пр.арх}}{P_{исх}} = \frac{(1 - (P_{nm} + 2 \cdot P_{cv}))^2 \cdot (1 - (P_{nm} + 2 \cdot P_{cv}))^4}{1 - P_{nm} - P_{cv}} \quad (12)$$

Получившийся результат (12) изобразим на *рисунке 9*. Из графика на *рисунке 9* видно, что рассмотренная архитектура найдет применение при небольшой вероятности нарушения функционирования протокольной машины (до 5%) и малых вероятностях (до 2-3%) уязвимостей связей между протоколами и службой сбора и обработки служебной информации. Множественные связи с этой службой привели к снижению надежности системы, а дублирование транспортных протоколов существенно не повысило безопасность системы. Выходом из сложившейся ситуации может стать дополнительная разработка протоколов прикладного уровня, которые смогут улучшить результат, в том числе путем реализации ряда защитных функций, таких как кодирование сетевых пакетов и управление окном на приемной стороне.

### Заключение

По результатам проведенного сравнения трех межуровневых методов оптимизации протоколов информационного взаимодействия, лучшими оказались два: «единая точка управления» и «новые элементы». Первый метод интересен для информационных систем, которые защищены от атак системами обнаружения вторжения, интегрированными с контроллером программ-



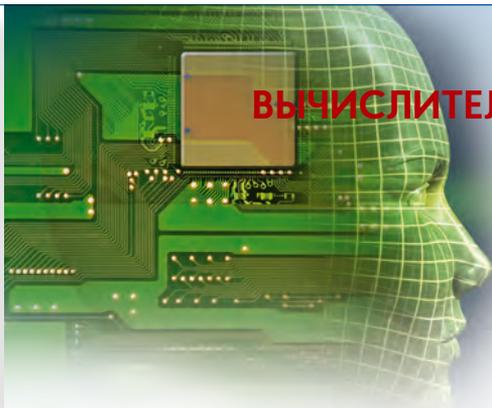
**Рис. 9.** Сравнение эффективности модели оптимизированной архитектуры, основанной на стеке протоколов TCP/IP

но-конфигурируемой сети, что позволяет не только повысить скорость передачи данных и эффективность управления сетью, но и обеспечить высокий уровень безопасности информационных процессов в них. В других случаях эффект от внедрения новых элементов и компонентов в существующие архитектуры программных систем будет наиболее высоким в сравнении с остальными методами межуровневой оптимизации.

Внедрение дополнительных защитных функций в рассмотренную в данной работе архитектуру программной системы в виде вспомогательных протоколов прикладного уровня и служб повысит надежность системы и позволит применить указанную архитектуру для широкого класса систем, в том числе используемых в авиационной и ракетно-космической области.

### Литература

1. Jiayue He, Jennifer Rexford, Mung Chiang. Don't Optimize Existing Protocols, Design Optimizable Protocols // Newsletter ACM SIGCOMM Computer Communication Review, Volume 37 Issue 3, July 2007, p. 53-58
2. Карпухин Е.О. Анализ способов оптимизации транспортных протоколов в открытых телекоммуникационных системах // Телекоммуникации, 2011. №9. М.: ООО «Наука и технология», 2011. С. 15-21.
3. Казарин О.В. Безопасность программного обеспечения компьютерных систем. М.: МГУЛ, 2003. 212 с.
4. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. СПб.: Политехника, 2000. 248 с.
5. Гатчин Ю.А., Сухостат В.В. Теория информационной безопасности и методология защиты информации. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2010. 98 с.
6. Аболмазова Н.В., Коварцев А.Н. Проблема оценки надежности программных комплексов // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах. Материалы XIII Всероссийской конференции: изд-во Нижегородского государственного университета, 2013. 312 с.
7. Беззубенко В.В. Оценка надежности программного обеспечения // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2014. №1. С. 124-127.
8. Карпухин Е.О., Сседнов А.С., Смирнов С.Н. Применение методов оптимизации протоколов в современных информационно-телекоммуникационных системах // Информационно-измерительные и управляющие системы, 2011. №8. М.: «Радиотехника», 2011. С. 44-48.



## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 621.38

### ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ ОТКАЗОВ ЯЧЕЕК FLASH-ПАМЯТИ ELECTROPHYSICAL MECHANISMS OF FAILURE CELLS OF FLASH-MEMORY

#### Юрий Леонидович Шиколенко

аспирант

Московский государственный университет  
информационных технологий,  
радиотехники и электроники  
Адрес: 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 74  
Тел.: +7(903)215-88-14

#### Александр Николаевич Антонович

аспирант

Московский государственный университет  
информационных технологий,  
радиотехники и электроники  
Адрес: 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 74  
Тел.: +7(905)761-55-74

#### Алексей Алексеевич Петрушин

аспирант

Московский государственный университет  
информационных технологий,  
радиотехники и электроники  
Адрес: 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 74  
Тел.: +7(985)157-68-52  
E-mail: d.hrizantemmma@yandex.ru

#### Дмитрий Геннадьевич Лапин

аспирант

Московский государственный университет  
информационных технологий,  
радиотехники и электроники  
Адрес: 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 74  
Тел.: +7(926)398-52-15

#### Иван Сергеевич Овчинников

аспирант

Московский государственный университет  
информационных технологий,  
радиотехники и электроники  
Адрес: 119454, Москва, пр-т Вернадского, д. 74  
Тел.: +7(926)028-60-33

#### Дмитрий Анатольевич Кожурякин

младший научный сотрудник

МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(906)064-01-93  
E-mail: kozhuryakin4@iifmail.ru

#### Аннотация

В статье представлен обзор причин и физических механизмов отказов полупроводниковой энергонезависимой памяти на основе хранения заряда. Рассмотрены основные физические явления, протекающие при функционировании ячеек flash-памяти. Предложена классификация существующих видов, причин и механизмов отказов постоянных запоминающих устройств (ПЗУ) на основе хранения заряда.

**Ключевые слова:** плавающий затвор, ловушка заряда, туннелирование Фаулера-Нордгейма, горячая инжекция электронов, ячейка flash-памяти.

#### Summary

The article presents mechanisms and causes of semiconductor nonvolatile memory failures. Basic physical phenomenons during flash cells functioning are considered. Classification of charge storage elements types and failure mechanisms is offered.

**Key words:** floating gate, charge-trap, channel hot-electron injection, flash memory cell, charge loss/gain, oxide breakdown, overerase.

#### Введение

Основным элементом любой автоматизированной системы управления являются интегральные микросхемы (ИМС). Одну из ключевых ролей в современных ИМС занимает интегрированная полупроводниковая память. Объем и архитектура памяти, электрофизиче-

ские параметры элементов хранения, обусловленные их конструктивными и технологическими особенностями, во многом определяют функциональные характеристики изделия электронной техники в целом. Основным предназначением энергонезависимой памяти является долгосрочное и надежное хранение данных.

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Под надежностью элемента хранения постоянных запоминающих устройств (ПЗУ) подразумевается способность ячейки памяти удерживать заряд на протяжении определенного промежутка времени и сохранять свои выходные электрофизические характеристики после конкретного числа циклов перезаписи.

Ячейка flash-памяти хранит данные в виде заряда на плавающем затворе. Состояния ячейки памяти определяется значением тока протекающего от истока к стоку. Ток стока зависит от порогового напряжения управляющего затвора, которое является аналоговой функцией заряда, сохраняемого на плавающем затворе. Аналоговые характеристики преобразуются в периферийных цепях. Утечка или переизбыток электронов на плавающем затворе может привести к потере данных. Ни один другой элемент ИМС так не чувствителен к низким уровням диэлектрической утечки (менее  $10^{-23}$  А).

Фундаментально надежность ячейки памяти основывается на двух характеристиках:

1. Срок службы – способность ячейки памяти сохранять свои физические характеристики после определенного количества циклов записи/стирания.

2. Срок хранения – способность ячейки памяти сохранять заряд на определенном промежутке времени.

На степень надежности ячейки памяти оказывают влияние дефекты различного рода. Каждый из дефектов вносит свой вклад в деградиационные процессы, протекающие в ячейке памяти, что в итоге приводит к изменениям выходных электрофизических характеристик элемента хранения.

Ячейка памяти во время эксплуатации подвергается сильному воздействию электрических полей, что приводит к усилению деградиационных процессов. Внешние воздействия, в особенности тепловые и электрические нагрузки, ускоряют деградиационные процессы и вызывают генерацию дефектов. В итоге все эти процессы приводят к отказу ИС.

В связи с наличием множества несистематизированных факторов, влияющих на надежность ячеек памяти, предложено ввести классификацию отказов flash-памяти по следующим критериям:

1. Вид отказа.
2. Причина отказа.
3. Механизм отказа.

## Виды отказов ячеек flash-памяти

Неисправность ячеек памяти проявляется в виде ошибок при программировании, чтении или стирании. Они могут носить временный или постоянный характер. Наличие короткого замыкания в цепи так же может являться признаком отказа работы flash-памяти. Потеря усилительных свойств генератором повышенного напряжения приводит к ошибкам при перезаписи памяти. К видам отказов предложено отнести: ошибки при чтении, ошибки при записи/стирании, снижение/повышение уровня напряжения и короткое замыкание (рисунки 1).

## Причины возникновения отказов в элементах памяти

К причинам, приводящим к отказам в работе энергонезависимой памяти на основе хранения заряда, предложено отнести следующие дефекты:

1. Дефекты оксида (Oxide defects).
2. Ионная контаминация (Ionic contamination).
3. Термоэлектронная эмиссия, связанная с неоднородностью материала (Thermionic emission).
4. Дефекты контактных областей ячеек памяти (Contact area defects).
5. Пробой оксидного слоя (Oxide breakdown).
6. Стресс-индуцированный ток утечки (stress-induced leakage current-SILC).
7. Эффект избыточного удаления (Overerase).

## Дефекты оксида

В процессе миниатюризации ячеек памяти толщина оксидного слоя уменьшилась до раз-

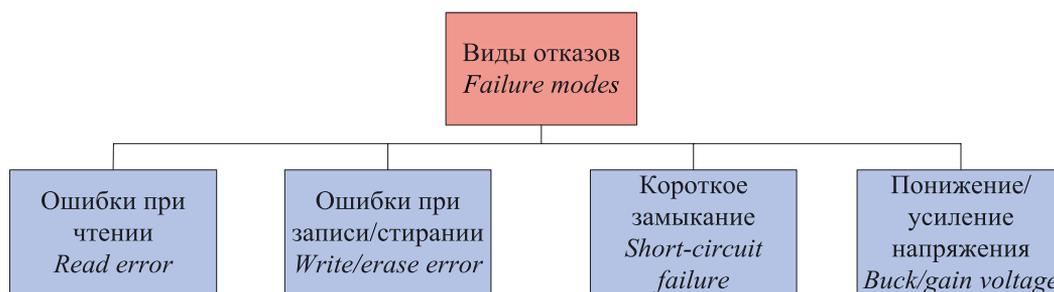


Рис. 1. Виды отказов flash-памяти

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

меров менее 10 нм. Даже при малых прикладываемых напряжениях локальные электрические поля в диэлектриках и в приповерхностных слоях могут быть значительными, близкими к напряжению пробоя. В таких условиях постепенно происходит деградация диэлектрика и границ раздела оксида и полупроводника. Одним из технологических недостатков внедряемых материалов с высокой диэлектрической проницаемостью является захват заряда. Захват заряда вызывает смещение порогового напряжения и со временем приводит к деградации ячейки памяти.

Рассогласование кристаллических решеток на границах разделов приводит к образованию несвязанных атомов кремния. Такие атомы имеют неспаренные валентные электроны. Такого рода явления называются дефектами оборванных связей. Данные дефекты имеют амфотерную природу. Следовательно, один и тот же дефект может быть положительно заряженным или отрицательно заряженным в зависимости от положения уровня Ферми на границе раздела. Кроме того в оксиде присутствуют другие дефекты – кислородные вакансии, часто положительно заряженные. Таким образом, уже в исходном состоянии до начала эксплуатации структуры уже содержат ловушки заряда. В процессе работы устройства происходят разрывы связей кристаллических решеток, что усиливает деградацию. Случаи наибольшей деградации наблюдаются при приложении отрицательного напряжения на затвор, когда подложкой является nSi (инверсионный канал р-типа). Инжектируемые электроны и электрическое поле воздействуют на оксид и границы разделов. Такое воздействие приводит к образованию ловушек заряда, как в оксиде, так и на границах разделов.

Дефекты оксида могут служить причиной возникновения как утечки заряда (charge loss) так и накопления заряда (gain charge). Неисправности, связанные с оксидом могут возникнуть как из-за дефектов при производстве, так и в процессе перезаписи памяти. Так же может привести к возникновению феномена «низкотемпературного захвата заряда» и снижению характеристик хранения при невысоких температурах.

По сравнению с памятью с плавающим затвором, ячейка памяти на основе нитрида обеспечивает лучшие характеристики хранения заряда на дискретных центрах захвата в непроводящем слое нитрида. Образование дефектов приводит к потере заряда только в дефектной области [1, 3].

### Ионная контаминация

Нарушение техпроцесса и присутствие примесей в материалах приводят к появлению дефекта, называемого ионной контаминацией. Ионная контаминация влечет за собой эффект экранировки. Память может попасть под воздействие контаминации, возникающей из-за дефектов в пассивации кристалла. Положительно заряженные ионы, притягиваемые отрицательным зарядом на плавающем затворе, служат причиной возникновения эффекта сравнимого с потерей заряда [2].

### Термоэлектронная эмиссия

Эмиссия носителей заряда через потенциальный барьер. Данный эффект не проявляется при низких температурах, но становится значимым при высоких температурах. При повышении температуры число электронов, кинетическая энергия теплового движения которых больше работы выхода, растет, и явление термоэлектронной эмиссии становится заметным. Ток, обусловленный горячими равновесными электронами, вследствие распределения энергии по степеням свободы называется током термоэлектронной эмиссии [2].

### Дефекты контактных областей ячеек памяти

Нарушение металлизации контактных областей сток/исток, может существенно снизить надежность ячейки памяти на основе хранения заряда и привести к образованию канала утечки или замыканию контактов (поликремния, N<sup>+</sup> или P<sup>+</sup> областей). Продолжающаяся миниатюризация и высокоплотная компоновка элементной базы ЗУ пропорционально снижает и размеры дефектов. Большинство дефектов в настоящее время невозможно выявить имеющимися средствами диагностики. Канал утечки может образоваться в областях пробоя оксида, плохого контакта межслойного соединения с областями стока и истока, замыкания подзатворного оксида с областями истока и стока или в области слаболегированного стока (Lightly Doped Drain -LDD). На рисунке 2 представлен пример канала утечки через дефект оксида.

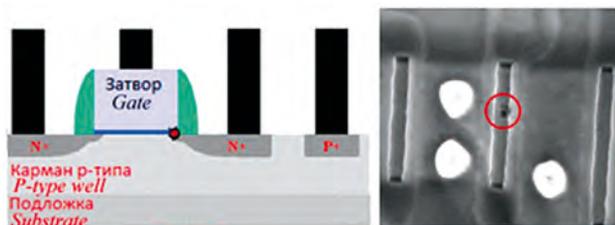


Рис. 2. Канал утечки через дефект оксида [4]

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Определить наличие скрытых дефектов возможно при помощи эмиссионной и атомно-силовой микроскопии. Каналы утечки могут быть определены посредством детектирования растекания заряда в дефектных областях. Естественно такие измерения требуют высокочувствительных приборов способных измерить пико-амперные характеристики токов утечки.

При помощи аналитического оборудования (FIB, SEM и т.д.) возможно детектировать такие дефекты как:

- Плохой контакт межслойной металлизации (связанный с образованиями полых областей из-за нарушения техпроцесса или электромиграции в процессе эксплуатации) (рисунк 3).

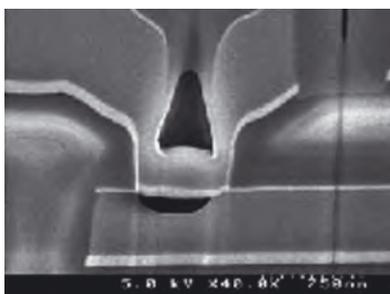


Рис. 3. Разрыв контакта с Al металлизацией [5]

- Обрыв цепи (образование изолирующей пленки в несколько нм) (рисунк 4).

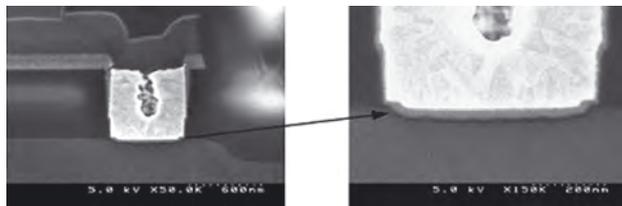


Рис. 4. Разомкнутый контакт межслойного соединения [5]

- Замыкание поликремневого затвора с кремниевой подложкой (рисунк 5).

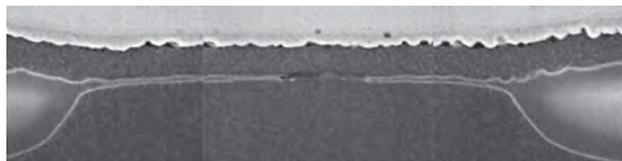


Рис. 5. Замыкание поликремневого затвора и подложки [5]

### Пробой оксидного слоя

При продолжительной деградации оксида возможна резкая потеря изолирующих свойств.

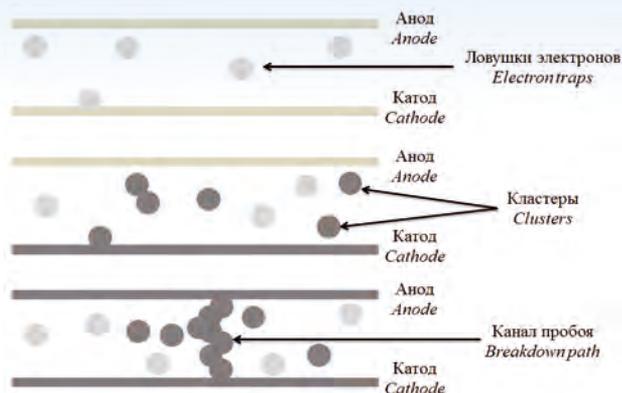


Рис. 6. Процесс деградации оксида и образования пробоя

Пробой происходит в момент, когда накопленные повреждения превышают критические параметры оксида (рисунк 6).

Накопление нейтральных электронных ловушек способствует формированию кластеров ловушек приводящих в конечном итоге к образованию канала пробоя (breakdown path) между анодом и катодом. Предполагается, что ловушки заряда генерируются внутри оксида в случайных участках пространства [6].

### Стресс-индуцированный ток утечки

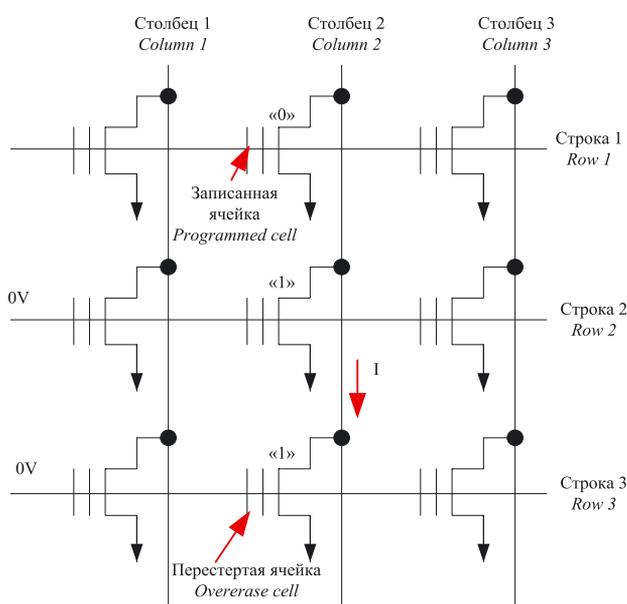
Одним из важных явлений, возникающих при деградации оксида, является генерируемый в диэлектрике затвора блуждающий ток. Стресс-индуцированный ток утечки непрерывно нарастает при инжекции потока частиц и распространяется в области оксида. Различают две составляющие SILC. Первоначально наблюдается затухающая компонента, а спустя некоторое время проявляется устойчивое состояние тока утечки. Обе компоненты зависят от толщины оксидного слоя. В толстом оксиде преобладает затухающая компонента, в то время как в тонком слое оксида доминирует устойчивое состояние SILC. В энергонезависимой памяти SILC является основным ограничивающим фактором масштабирования туннельного оксида. Хранящиеся электроны туннелируют с плавающего затвора, пороговое напряжение ячейки смещается, что с течением времени приводит к потере заряда. Существует прямая зависимость увеличения постоянной составляющей SILC и генерацией нейтральных ловушек заряда. Устойчивая компонента SILC объясняется туннелированием от катода к аноду, сопровождаемым удержанием заряда (Trap-assisted tunneling) электронов. Непосредственно после воздействия напряжения ловушки заряда в области границ разде-

ла служат причиной появления затухающей составляющей SILC. Плотность нейтральных ловушек заряда является одним из критических показателей пробоя оксида. По сути, ток утечки – усредненная характеристика дефектов оксида.

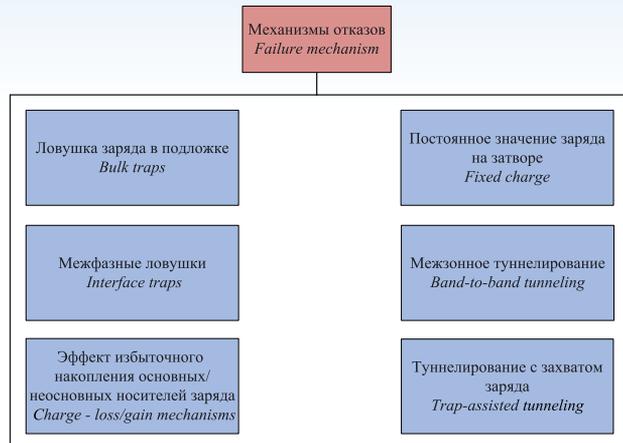
Флуктуации толщины оксида ячейки памяти приводит к локальным неоднородностям напряженности поля, вызывающим появление «перегруженных» участков. Циклические нагрузки на оксид на таких участках вызывает ускорение процессов его деградации – нарушение атомарной структуры и сопротивления. Увеличивается рост дефектов кристаллической решетки оксида (дислокация и разрывы связей Si-O). При повышении температуры из-за локальных перегревов в областях повышенного тока ускоряется диффузия ионов, приводящая к образованию ловушек заряда. Совокупность таких дефектов провоцирует появление токов утечки и снижает надежность ячейки памяти [7].

### Эффект избыточного удаления

Обширное рассеивание напряжения смещения после стирания является одной из главных проблем flash-памяти высокой плотности. Явление неустойчивого стирания (erratic erase) возникает, когда некоторое количество случайных бит, находясь под воздействием эффекта избыточного удаления (overerase). Данное явление обуславливается захватом дырок в оксиде вызванное высоким туннельным током и способно усилить туннелирование за счет расположенных в оксиде ловушек дырок. Смещение поло-



**Рис. 7.** Влияние эффекта overerase на одной ячейке на всю битовую линию



**Рис. 8.** Виды отказов flash-памяти

жительного порогового напряжения стирания в сторону нуля, а при продолжительном процессе пороговое напряжение может стать равным 0 или принять отрицательное значение, и есть эффект избыточного удаления. Транзистор переходит из режима обогащения в режим обеднения, что приводит к ошибкам при чтении flash-памяти. Данная проблематика присуща туннельному механизму стирания [8].

К примеру, из-за отсутствия транзистора выбора в массиве NOR, ячейка, находящаяся под воздействием эффекта overerase является причиной возникновения тока утечки в процессе чтения. Соответственно вся информация, хранящаяся в ячейках памяти в данном столбце, будет неверно интерпретирована в периферийной схеме (рисунок 7).

### Электрофизические механизмы отказов ячеек памяти

В анализе отказов современных ИМС с субмикронной топологией и в частности элементной компонентной базы ПЗУ на основе хранения заряда фундаментальное значение имеет выявление электрофизических явлений спровоцировавших тот или иной сбой.

На рисунке 8 предложена классификация основных физических механизмов, приводящих к деградации ячеек памяти на основе хранения заряда.

#### Механизм генерации ловушек заряда

Туннелирование создает высокое электрическое поле в диэлектрике, вызывая, тем самым, деградацию оксида. В результате действия стресс-индуцированного тока утечки образуются ловушки заряда. Горячая инжекция заряда пагубно сказывается на диэлектрике (захват за-

ряда) снижая скорость записи. Недостатками горячей инъекции является возможное повреждение изолирующих материалов горячими носителями заряда, что может привести к фиксированному значению заряда на плавающем затворе (fixed charge), межфазным ловушкам (interface traps) и ловушкам заряда в подложке (bulk traps).

Электроны, образовавшиеся в процессе ударной ионизации, скапливаются в области стока либо инжектируются в оксид. Дырки, образовавшиеся в результате этого процесса, приводят к появлению тока в подложке. При наличии малого напряжения смещения на затворе прекращается рост побочного электрического поля, но при этом образовавшиеся дырки могут инжектироваться в оксид. Такая инъекция горячих дырок в процессе перезаписи ячеек памяти приводит к деградации оксида и снижению порогового напряжения.

### Межзонный туннельный ток (band-to-band tunneling (BBT))

Туннельный оксид в процессе стирания подвергается воздействию высокого электрического поля в сочетании с сильным туннельным током. Высокоэнергетическое туннелирование электронов через анод вызывает ударную ионизацию приводящую к появлению высокого электрического поля. Высокое напряжение на истоковом переходе вызывает повреждение горячими носителями заряда и появление межзонного тока. Для уменьшения данных эффектов применяют имплантацию фосфора для углубления и выравнивания истокового перехода. Но данный подход ограничивает масштабирование ячеек памяти и определяет лимит длины канала в ячейки. В ряде случаев межзонный туннельный ток может спровоцировать лавинный пробой в переходах стока и истока.

При использовании неравномерно распределенной схемы стирания (туннелирование электронов из плавающего затвора в область

(N<sup>+</sup>) стока или истока) на границе раздела оксида неминуемо возникает межфазный туннельный ток [9].

### Эффект избыточного накопления основных/неосновных носителей заряда (charge-loss/gain mechanisms)

Пороговое значение напряжения flash-памяти зависит от количества заряда хранящегося на плавающем затворе. С изменением заряда меняется и значение порогового напряжения. Например, при избыточном накоплении основных носителей заряда (charge gain) пороговое напряжение увеличивается, а при избыточном накоплении неосновных носителей заряда (charge loss) пороговое напряжение уменьшается. Даже в том случае, когда на плавающем затворе отсутствует напряжение, в туннельном оксиде присутствует электрическое поле. Перенос заряда происходит постоянно. Различают следующие механизмы избыточного накопления основных/неосновных носителей заряда:

1. Потеря заряда связанная с внешними излучениями (Intrinsic Charge Loss).
2. Растекание заряда связанное с дефектами оксида (Charge Loss Due to Oxide Defects).
3. Растекание заряда связанное с контаминацией (Charge Loss Due to Contamination).
4. Утечка заряда через ONO (Charge Loss through ONO).
5. Утечка заряда, вызванная генерацией из ловушек заряда (Charge Loss Due to Charge Detrapping).
6. Утечка заряда связанная с циклическим повреждением оксида (Charge Loss Due to Cycling-Induced Oxide Damage).

Генерация ловушек в оксиде связана с туннелированием дырок к катоду. Выделяют несколько основных процессов образования ловушек заряда. Один из таких процессов представлен на рисунке 9.

Существуют еще несколько моделей объясняющих потерю заряда в ячейке памяти:

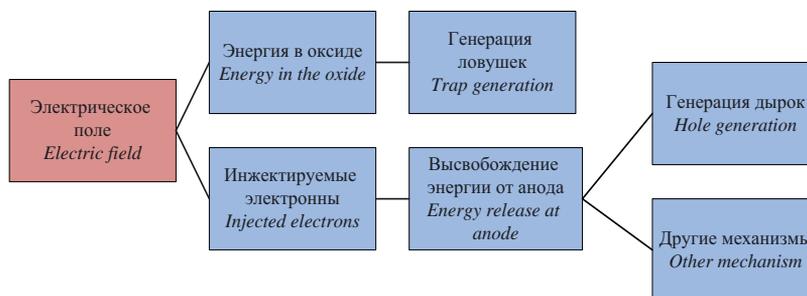
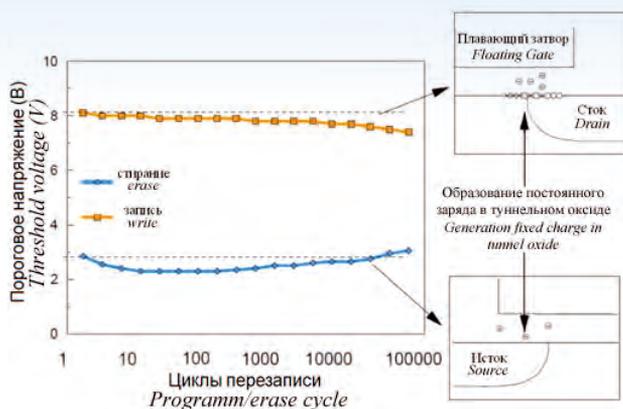


Рис. 9. Один из основных процессов образования ловушек заряда [10]

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ



**Рис. 10.** Сужение окна циклов записи/стирания [11]

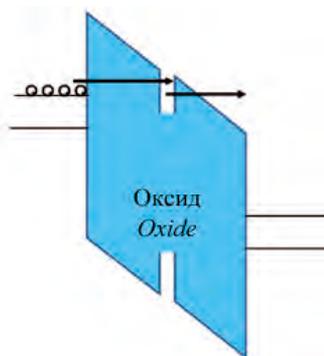
1. Прыжковая электропроводность (НСМ – hopping conduction model).

2. Электропроводность Пауля-Френкеля (PF – Poole-Frenkel mechanism).

Образование ловушек заряда в зависимости от применяемых механизмов записи/стирания сужает окно циклов работы памяти (рисунком 10).

### Туннелирование, сопровожаемое удержанием заряда

Вероятность туннелирования носителей заряда в первую очередь экспоненциально зависит от потенциального барьера на границе раздела. Наличие ловушек заряда в оксиде разделяет зонную диаграмму, увеличивая вероятность туннелирования в постоянном электрическом поле (рисунком 11).



**Рис. 11.** Зонная диаграмма структуры Si-SiO<sub>2</sub>-Si, демонстрирующая наличие ловушки заряда [11]

### Заключение

Повсеместное внедрение ИМС в автоматизированные системы управления должно отвечать жестким критериям надежности. Уменьшение

топологических норм и применение новых технологий в производстве ИМС требует детального анализа качества элементной базы изделий электронной техники, применяемой в критически важных для государства объектах.

В связи с продолжающейся миниатюризацией элементной компонентной базы ПЗУ для своевременной коррекции уже недостаточно знать или установить вид отказа. На надежность устройств с субмикронной топологией все большее влияние оказывают скрытые электрофизические явления, протекающие в ячейках памяти. Определение физических механизмов приводящих к отказу устройства выходит на первый план в процессе увеличения процента выхода годных изделий и увеличения показателей надежности flash-памяти.

Для подтверждения правильности физико-статистических моделей в целях увеличения надежности функционирования ПЗУ на основе хранения заряда необходимо разрабатывать методики анализа отказов, позволяющие качественно выявлять дефекты и определять электрофизические механизмы, приведшие к сбою в работе памяти.

### Литература

1. Saluja K. Testing flash memories for tunnel oxide defects. VLSI. Jan. 2008. Pp. 157-162.
2. Pavan P. Flash memory cells – an overview. Proceeding of the IEEE. Vol. 85. 1997. Pp. 1248-1271.
3. Kuhn K. A reliability methodology for low temperature data retention in floating gate NVM. Reliability physics symposium. IEEE international. 2001. Pp. 266-270.
5. Semiconductor reliability handbook. Renesas Electronics Corporation. Rev.1. March 2013. Pp. 127-140.
6. Degraeve R., Goeseken G., Bellens M. A consistent model for the thickness dependence of intrinsic breakdown in ultra-thin oxides. IEDM Tech. Dig. Dec. 1995. Pp. 863-866.
7. Pae S., Ghani T., Hattendorf M. Characterization of SILC and its end-of-life reliability assessment on 45NM high-k and metal-gate technology. IEEE international. April 2001. Pp. 499-504.
8. Chimenton A., Pellati P., Olivo P. Overerase Phenomena: an insight into flash memory reliability. IEEE Journal. Vol. 91, No. 4. April 2003. Pp. 617-624.
9. Adell P., Barnaby H., Schrimpf R. Band-to-Band tunneling induced leakage current enhancement in irradiated fully depleted SOI devices. IEEE Journal. Vol. 54, issue 6. Dec. 2007. Pp. 2174-2180.
10. Brewer J., Gill M. Nonvolatile memory technologies with emphasis on flash. IEEE Press series on microelectronic systems. 2008. Pp. 167-168.
11. Bez R., Camerlenghi E., Modelli A. Introduction to flash memory. IEEE Journal. Vol. 91, No. 4. April 2003. Pp. 489-499.

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 539.182

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ РАСШИРЕНИЯ ОСНОВ КВАНТОВЫХ ТЕОРИЙ MATHEMATICAL PROBLEMS OF EXPANSION BASED ON QUANTUM THEORIES

### Геннадий Германович Волков

*доктор физико-математических наук, профессор*

ведущий научный сотрудник  
ФГБУ Петербургский институт  
ядерной физики им. Б.П. Константинова  
Адрес: 188300, Ленинградская обл.,  
г. Гатчина, Орлова роща  
Тел.: +7(813-71)-46-025  
E-mail: gennadii.volkov@rambler.ru

### Николай Сергеевич Кукин

*кандидат технических наук*

начальник лаборатории  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93  
E-mail: n.s.kukin@mail.ru

### Сергей Владимирович Смулов

*доктор технических наук, профессор*

первый заместитель Генерального директора  
по научной работе – главный конструктор  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93  
E-mail: sv\_s\_iif@mail.ru

### Анна Руслановна Мурадова

*студентка*

Университет машиностроения (МАМИ)

техник-программист

МОУ «ИИФ»

Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

### Ирина Олеговна Глотова

*студентка*

Университет машиностроения (МАМИ)

техник-программист

МОУ «ИИФ»

Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

#### Аннотация

В статье на основе расширения теории относительности и, соответственно, некоторых принципов квантовой физики рассмотрены вопросы обобщения  $U(1)_{em}$  – калибровочной теории света в рамках возможных дополнительных абелевых симметрий, которые могли бы объяснить возможное существование во вселенной “невидимых” видов излучений, например, свет темной материи. Актуальность данных вопросов связана как с рядом проблем, с которыми столкнулись современные квантовые модели физики элементарных частиц, так и с многочисленными попытками экспериментального обнаружения темной материи, которые совершаются довольно интенсивно в течение последних двух-трех десятилетий. Мы рассмотрим возможности появления новых Абелевых симметрий в геометрии пространства-времени с дополнительными измерениями  $D=(t+s) \approx 5, 6$ , расширяющих понятие времени. Методы, которые используются для построения таких симметрий, основаны на  $C_n$  ком-

плексификации евклидовых  $R_n$  пространств, где  $C_n$  конечные циклические группы,  $n = 3, 4, 5, 6$ . Такие теории допускают возникновение материи с экзотическими пространственно-временными свойствами. С точки зрения основ квантовой физики мы встречаемся с расширением понятий эрмитовости и унитарности.

**Ключевые слова:** теория групп, симметрии, квантовая физика, спин, теория относительности, пространство-время, темная материя/энергия.

#### Summary

On the basis of the extended theory of relativity and some principles of the quantum physics there were considered the questions of generalization of the  $U(1)_{em}$  – gauge theory of light in the frames of a possible existence of additional Abelian symmetries, that could explain the possible existence in the universe of “invisible” types of radiation, such as light of dark matter. The urgency of these issues related to both the number of the problems faced by the modern quantum model of elementary particle physics, as well as

numerous attempts of the experimental detection of the dark matter, which are made rather intensively over the last 2-for-3 decades. We also consider the possibility of new Abelian extensions in the geometry of space-time with extra dimensions  $D=(t+s) = 5, 6$  extended the geometrical structure of the time. The methods that are used to build these symmetries are based on  $C_n$  complexifications of the Euclidean  $R_n$  –

spaces where  $C_n$  are the finite cyclic group,  $n = 3, 4, 5, 6$ . These models allow for the emergence of a matter with exotic space-time properties. In terms of the fundamentals of quantum physics, we meet with the extension of concepts of the Hermiticity and unitarity.

**Key words:** group theory, symmetric group, quantum physics, spin, theory of relativity, space-time, dark matter/energy.

### Введение.

#### Квантовая физика и квантовая геометрия

Один из пионеров квантовой физики 20 века В. Гайзенберг писал в своих воспоминаниях, что квантовую физику в том виде, в котором она существует на данный момент времени, создали античность и христианство [1]. Его мысли в первую очередь говорят о том, что в процессе осознания геометрии пространства и времени, квантовой природы света и атомов человечество прошло несколько эпох, и полученные знания и их интерпретация в той или иной мере передавались от одной цивилизации к другой.

К его замечанию надо добавить и то, что этот процесс развития как интеллектуальных возможностей человеческого мозга, так и соответствующих достижений в науке, перманентно продолжается. Квантовая физика интенсивно развивается в пределах все нового и нового переосмысливания, что, с одной стороны позволило, наконец, трансформировать научные идеи в современный технический прогресс в нанотехнологиях, квантовой микробиологии, квантовой информатике и т.д. [2, 3, 4, 5, 6], а с другой стороны – в силу существования темной материи [7] потребовало своего естественного обобщения, которое должно научить нас «увидеть» во Вселенной эту гипотетическую материю с неизвестными нам до сих пор экзотическими пространственно-временными и квантовыми свойствами.

К открытию электродинамической природы света и атомистики человечество шло несколько тысячелетий, и история помнит многие вехи научно-интеллектуального прогресса древних цивилизаций (древнего Вавилона, древнеегипетских, древнегреческих и других), которые уже интересовались природой света и необычными электрическими и магнитными свойствами вещества и его корпускулярной структурой – атомами.

Величайший прогресс Европейской цивилизации в эпоху Ренессанса был достигнут на фундаменте высочайших достижений античного пе-

риода в искусстве, науке, философии пространства и времени. Чего только стоит для прогресса в геометрии пространства и времени осознание, что скорость света имеет конечный верхний предел, первые измерения которого были совершены Олафом Ремером в Парижской обсерватории в 1676 году в годовых наблюдениях периодов вращения планеты Ио вокруг Юпитера [8]. Затем в течение последующих двух столетий эти измерения были экспериментально подтверждены по аберрации звезд (James Braidely) в 1728 году [9] и в опытах Физо на Земле (Lois Fizeau) в 1849 году [10].

Прогресс в химии был ознаменован открытием таблицы Менделеева, классифицирующей все возможные атомы видимой Вселенной. В основе этой классификации легло «квантование» атомов по их массе, которое через 50 с лишним лет было подтверждено планетарным строением атомов, состоящими из ядер и вращающихся вокруг них электронов и последующими открытиями протон-нейтронной структуры ядер, составленных из почти равных по массе нуклонов-протонов и нейтронов, которые оказались гораздо массивнее электронов.

Продолжающиеся в течение трехсот лет исторические исследования с одной стороны волновых свойств света, а с другой – электрических и магнитных явлений в веществе, завершились работами Фарадея и Максвелла, результатом которых стало доказательство единства природы света и электромагнетизма [11], которое экспериментально было проверено Герцем [12]. Эксперименты по измерению скорости света и доказательство единой природы света и электромагнетизма привели к началу XX века к революции в сознании человечества о том, что такое время и, в конечном счете, к новому пониманию геометрии пространства-времени видимой Вселенной. Опыты Майкельсона-Морли [13] как и все предыдущие многочисленные эксперименты по измерению скорости света, независимо от условий постановок экспериментов [8, 9, 10], давали одно и то же значение скорости света, что окончательно доказывало удивительное

свойство света – абсолютизм, которое и легло в основу теории относительности.

Прогресс в понимании связи абсолютизма скорости света с геометрией напрямую связан с прогрессом в неевклидовой геометрии, начиная с расширения аксиомы о параллельных линиях, которое привело через многие века к открытию пространств Лобачевского и Римана, и, в конце концов, привело к открытию  $D=(1+3)$  пространства Минковского, как геометрии Специальной Теории Относительности. Полезно отметить, что аксиома о максимальности скорости света может быть интерпретирована в тесной связи со свойствами электромагнитного вакуума нашей видимой Вселенной. В максвелловской теории абсолютизм скорости света подтвержден важнейшей связью скорости электромагнитных волн с фундаментальными константами  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$ , характеризующими внутреннюю структуру электромагнитного вакуума:

$$c = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}.$$

Поразительное совпадение масс протона и нейтрона дали основание ввести понятие изотопического спина с соответствующей глобальной группой  $SU(2)_I$ . Это позволило рассматривать два нуклонных состояния протона и нейтрона в качестве волновой функции  $\Psi_N$  с изотопспином  $I = 1/2$ , то есть преобразующийся по дублетному представлению группы  $SU(2)_I$ , в котором состояния протона  $\chi_p$  и нейтрино  $\eta_n$  отличаются значениями третьей проекции  $I_3$  изотопического спина, то есть:

$$\Psi_N = \begin{pmatrix} \chi_p \\ \eta_n \end{pmatrix}, I_3(\chi_p) = +\frac{1}{2}, I_3(\eta_n) = -\frac{1}{2}.$$

Для электрона  $\eta_e$  партнером по изотопическому дублету  $\Psi_L$  является электронное нейтрино  $\chi_v$ , которые принято называть лептонами:

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \chi_v \\ \eta_e \end{pmatrix}, I_3(\chi_v) = +\frac{1}{2}, I_3(\eta_e) = -\frac{1}{2}.$$

Возникает общая формула для электромагнитного заряда нуклонного –  $(p, n)$  и лептонного –  $(\nu_e, e)$  дублетов которая требует введения дополнительного квантового числа – гиперзаряда  $Y_{N,l}$ , ответственного за различие двух видов материи-вещества – нуклонной и лептонной:

$$Q_{em} N, l = I_3 + Y_{N,l}/2.$$

Заметим, что если генератор  $I_3$  связан с глобальной  $SU(2)_I$ -изотопической группой, то гиперзаряд  $Y_{N,l}$  должен происходить из глобальной абелевой группы  $U(1)_Y$ . Если мы хотим понять природу возникновения электромагнитного заряда и образования нашей видимой Вселенной,

то по нашему сценарию обе эти группы обязаны быть связаны с симметриями пространства-времени, которое должно включать наш  $D=(1+3)$  пространственно-временной континуум.

Особенно эти аргументы возникают при рассмотрении локальной калибровочной симметрии  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , описывающей электромагнитные и слабые взаимодействия кварков

$$\psi_{qL} = \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \end{pmatrix}_L, \psi_{uR} = (q_u)_R, \psi_{dR} = (q_d)_R$$

и лептонов

$$\psi_{lL} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \psi_{\nu R} = (\nu_e)_R, \psi_{eR} = (e)_R,$$

в которой возникает вопрос о геометрическом начале группы  $U(1)_Y$ .

### Глава 1. Квантовая взаимосвязь теории относительности и геометрии пространства-времени

Современная наука пришла к фундаментальному вопросу о том, что такое электромагнитный вакуум, за которым возник последующий вопрос об образовании видимой части Вселенной. Всем хорошо известно философское изречение Аристотеля о том, что Природа не любит пустоты! Что стоит за этой «пустотой»? Праматерия, темная материя или еще что-то другое? Квантовая физика зиждется на двух взаимосвязанных понятиях – геометрии пространства-времени и, соответствующей этой геометрии, вечно движущейся в ней материи, которая проявляется в двух ипостасях – материя-вещество и материя-излучение. Мы сталкиваемся с понятием дуализма пространства-времени и соответствующей ему материи. Фундаментальная материя, вещество и излучение, имеют квантовые свойства, и пространство-время то же квантовое?! Именно квантовое описание материи, сначала излучения электромагнитных волн (фотонов), а затем и фундаментальных составляющих вещества – атомов, подтвердили идею Менделеева о классификации всех атомов видимой части Вселенной через «квантование» масс. Поэтому наши знания о квантовых свойствах материи неотделимы от понимания теории относительности, которая связывает свойства геометрические особенности пространства-времени с физическими свойствами материи. Эта динамическая взаимосвязь реализуется с помощью понятия группы симметрии пространства-времени и ее представлений.

Одно из удивительных следствий этого подхода стала возможность разделения материи излучения и материи вещества по представлении

ям группы, которое было связано с открытием в 20-х годах XX века нового фундаментального свойства материи – спин. В результате, материя кроме массы  $m$  и электромагнитного заряда  $Q_{em}$  обладает новым квантовым по природе фундаментальным параметром – спином. Так, материя-излучение имеет целочисленное значение спина, например, фотон имеет  $s=1$ , а материя-вещество имеет полуцелое значение, например, электрон или нуклоны (протон и нейтрон) имеют  $s=1/2$ .

Именно отсутствие последнего аргумента, привело к тому, что ТО (теория относительности) в том виде, в котором она была сформулирована в конце XIX века (1887-1900 гг.: Вольдемар Вогт, Фитцджеральд, Лармор, Лоренц, Пуанкаре и др.) [11, 12, 13, 14, 15] и затем переосмысленная в начале XX века (1904-1907 гг.: Лоренц, Пуанкаре, Эйнштейн, Минковский и др.) [16, 17, 18, 19] не является полной. И именно поэтому она содержала ряд парадоксов, например, парадокс о скорости света как максимальной скорости передачи сигнала во Вселенной. Вспомним, что аббревиатура ТО («Теория Относительности») была предложена Анри Пуанкаре, когда, после открытия Максвелловских электродинамических уравнений и экспериментального доказательства Герцем электродинамической природы света, все попытки понять «физическую природу» вакуума, объясняющего абсолютизм скорости света, которые были специально проведены еще в конце XIX века, кончились «неудачей». Фактически, этот вопрос повис в воздухе, так как экспериментальные открытия спиновой структуры вещества (Вейлевские, Дираковские, Майорановские фермионы) [20, 21, 22, 23], излучающей электромагнитные волны, появились гораздо позже и, соответственно, понимания о физическом начале новых явлений в те времена просто не могло быть. Математическая формулировка ТО была изложена в виде двух принципов:

- принцип относительности (Галилео Галилей);
- симметричный принцип инвариантности (принцип ковариантности) относительно группы преобразования Лоренца.

Но эта формулировка оказалась далеко не полной и привела к ряду некорректных утверждений, например, к недопониманию принципа о скорости света как максимальной скорости распространения сигнала. Для корректной формулировки этих принципов надо было держать в уме сугубо математические понятия об инерциальных и неинерциальных декартовых

системах координат и возможностях их практического использования для описания описываемых физических явлений.

Фактически, открытие группы преобразований Лоренца, сохраняющей инвариантности уравнения Максвелла, связало в ТО воедино физические законы и симметрии геометрии. ТО подтверждало идеи Эрлангенской программы (Клейн, 1870 г.), возвестившей новую эпоху в развитии инвариантно-группового подхода в физике, в которой законы строятся на основе теории инвариантов (ковариантов), соответствующей группе преобразований. На основе инвариантности уравнений Максвелла относительно группы преобразований Лоренца были значительно расширены наши знания о структуре пространства и времени. То есть прогресс в понимании электродинамической природы света привел к открытию  $D=(1,3)$  пространственно-временного континуума, описываемого транзитивной 6-параметрической группой симметрии Лоренца  $O(1,3)$  [23, 24, 25], сохраняющей при преобразованиях:

$$x^{\mu'} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}, \quad \Lambda^T g \Lambda = g$$

интервал

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu} = c^2 dt^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2,$$

где  $\mu = 0, 1, 2, 3$ ;

$g_{\mu\nu} = (-1, 1, 1, 1)$  – метрический тензор;

$x^0 = i \cdot c \cdot t$ .

Преобразования группы Лоренца задаются через экспоненты от генераторов и соответствующих параметров группы:

$$\Lambda = \exp(-i \omega_{\mu\nu} J^{\mu\nu}).$$

Здесь  $J^{\mu\nu}$  генераторы полного момента:

$$J^{\mu\nu} = L^{\mu\nu} + S^{\mu\nu} = i(x^{\mu} \partial^{\nu} - x^{\nu} \partial^{\mu}) + S^{\mu\nu},$$

где  $L^{\mu\nu}$  – генератор орбитального момента;

$S^{\mu\nu}$  – генератор спина;

$\omega_{\mu\nu}$  – антисимметрическая запись шести параметров группы Лоренца.

Группа Лоренца  $O(1,3)$  состоит из 4-х компонент, определяемых знаками детерминанта  $\det \Lambda = \pm 1$  и значениями параметра  $\Lambda_0^0, \Lambda_0^0 \geq 0$  или  $\Lambda_0^0 \leq 0$ . Ортохронная группа Лоренца является связанной подгруппой Лоренца, определенная следующим выбором:

$$SO^+(1,3) = \{\Lambda \in O(1,3) | \det \Lambda = 1, \Lambda_0^0 \geq 0\}.$$

Оказалось, что для более глубокого понимания природы света и связанной с ней структуры пространства-времени, сформулированных двух принципов ТО оказалось явно недостаточно. Так, с точки зрения математики, надо было бы принять во внимание конечномерные и бесконечномерные представления группы Лоренца, в рамках которых поля частиц в данном про-

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

пространстве-времени преобразуются. В дополнение к группе Лоренца рассматриваемая метрика инвариантна и относительно группы 4-х мерных пространственно-временных трансляций:

$$x^\mu \rightarrow \Lambda_\nu^\mu x^\nu + a^\mu, \quad \text{где } a^\mu \in R^4.$$

В результате, полная группа, сохраняющая рассматриваемую метрику, которую принято называть группой Пуанкаре или неоднородной группой Лоренца, определяется как полупрямое произведение:

$$\mathcal{P} = SO^+(1,3) \times R^4,$$

где подгруппа трансляций  $R^4$  является нормальной подгруппой.

Трансляции порождаются генераторами импульса  $P^\mu = i\partial^\mu$ ,  $\mu = 0, 1, 2, 3$ .

Совместно генераторы полного момента  $J^{\mu\nu}$  и импульса  $P^\mu$  образуют алгебру Пуанкаре [24]:

$$[J^{\mu\nu}, J^{\rho\sigma}] = i(g^{\nu\rho} J^{\mu\sigma} - g^{\mu\rho} J^{\nu\sigma} - g^{\nu\sigma} J^{\mu\rho} + g^{\mu\sigma} J^{\nu\rho})$$

$$[P^\mu, P^\nu] = 0$$

$$[P^\mu, J^{\rho\sigma}] = i(g^{\mu\rho} P^\sigma - g^{\mu\sigma} P^\rho).$$

В дополнение в квантовой теории рассматриваются дискретные симметрии относительно пространственных  $P$  и временных  $T$  отражений, соответственно:

$$P: x^0 \rightarrow x^0, \quad x^i \rightarrow -x^i$$

$$T: x^0 \rightarrow -x^0, \quad x^i \rightarrow x^i.$$

Вместо генераторов  $J^{\mu\nu}$  и  $P^\mu$  удобнее выделить их трехмерные и временные аналоги:

$$J^i = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} J^{jk}, \quad K^i = J^{0i}, \quad P^i, P^0,$$

где  $J^i$  и  $K^i$  – генераторы вращения и буста;  $P^i$  и  $P^0$  – пространственные и временные трансляции, соответственно.

Операторы  $P^i$  являются операторами импульса,  $P^0$  – гамильтонианом, а операторы  $J^i$  – операторами углового момента. Так введенные операторы удовлетворяют коммутационным соотношениям:

$$[J^i, J^j] = i\epsilon^{ijk} J^k$$

$$[J^i, K^j] = i\epsilon^{ijk} K^k$$

$$[K^i, K^j] = -i\epsilon^{ijk} J^k.$$

Если ввести следующие комбинации:

$$J_+ = \frac{1}{2}(J + iK)$$

$$J_- = \frac{1}{2}(J - iK),$$

то легко можно показать, что эти два набора операторов  $\{J_+^i\}$  и  $\{J_-^i\}$  удовлетворяют двум независимым  $su(2)$  алгебрам:

$$[J_\pm^i, J_\pm^j] = i\epsilon^{ijk} J_\pm^k$$

$$[J_\pm^i, J_\mp^j] = 0.$$

Так что мы приходим к замечательному выводу, что алгебра группы Лоренца  $so(1,3)$  изоморфна  $su(2) \times su(2)$ .

Операторы  $J_+^2$  и  $J_-^2$ , коммутирующие со всеми генераторами алгебры  $su(2) \times su(2)$ , называются операторами Казимира и имеют собственные значения  $j_\pm(j_\pm + 1)$ , где  $j_\pm = 0, 1/2, 1, 3/2, 2, \dots$

Теперь перейдем к описанию группы  $SL(2, C)$ , алгебра Ли, которой изоморфна алгебре  $so(1,3) \approx su(2) \times su(2)$ .

Для каждого вектора  $x^\mu$  можно ввести эрмитовы  $2 \times 2$  матрицы  $x^\mu \rightarrow \sigma(x^\mu)$  так, что:

$$\sigma(x) = x^\mu \cdot \sigma_\mu \rightarrow \text{Det}(\sigma(x)) = x^\mu \cdot x_\mu,$$

где  $\sigma_0 = 1 - 2 \times 2$  – единичная матрица;

$\sigma_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) – матрицы Паули.

То есть

$\sigma_\mu = (1_{2 \times 2} = \sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ ,  $\bar{\sigma}_\mu = (\sigma_0, -\sigma_1, -\sigma_2, -\sigma_3)$  могут быть представлены в следующем виде:

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Матрицы Паули в силу равенства:

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} + \epsilon_{ijk} \sigma_k, \quad i, j, k = 1, 2, 3,$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера и  $\epsilon_{ijk}$  – абсолютно антисимметричный тензор, удовлетворяют следующим коммутационным соотношениям:

$$[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\epsilon_{ijk} \sigma_k.$$

В результате, матрицы  $J_i = \sigma_i/2$ ,  $i = 1, 2, 3$  – образуют  $su(2)$  – Ли алгебру:

$$[J_i, J_j] = i\epsilon_{ijk} J_k,$$

изоморфную алгебре  $so(3)$  группы  $SO(3)$  вращений в 3-х мерном евклидовом пространстве  $R^3$ :  $su(2) \approx so(3)$ .

Действительно, если генераторы группы вращений  $SO(3)$  представленные в виде  $3 \times 3$  – антисимметричных матриц:

$$l_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad l_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad l_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

умножить на мнимую единицу  $i$ , то вновь образованные генераторы  $L_i = il_i$  будут эрмитовыми и образуют алгебру:

$$[L_i, L_j] = i\epsilon_{ijk} L_k,$$

совпадающую с Ли алгеброй  $su(2)$ .

Группа унитарных матриц  $U^+ U = U U^+ = \hat{1}$  в двумерном случае может быть представлена в следующем виде:

$$U = \begin{pmatrix} a^* & -b^* \\ b & a \end{pmatrix},$$

где  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ .

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Проведя параметризацию:

$$a = x_0 + ix_3, b = x_2 - x_1 i$$

$$U = x_0 1 - ix_i \cdot \sigma_i,$$

можно убедиться, что геометрически группа  $SU(2)$  гомеоморфна сфере  $S^3$ :

$$x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 \ni S^3.$$

Дальнейшая параметризация:

$$x_0 = \cos\left(\frac{|\alpha|}{2}\right), x_i = \alpha_i \sin\left(\frac{|\alpha|}{2}\right)$$

позволяет восстановить экспоненциальную форму этих преобразований

$$U = 1 \cdot \cos\left|\frac{\alpha}{2}\right| + i \cdot \sin\left|\frac{\alpha}{2}\right| = \exp\left\{-\frac{i}{2}\alpha_i \cdot \sigma_i\right\}.$$

Локально группа  $SU(2)$  изоморфна группе  $SO(3)$  но глобально  $SU(2)$  является двулистной накрытием группы  $SO(2)$ , что означает, что существует  $2 \rightarrow 1$  гомеоморфизм из группы  $SU(2)$  в группу  $SO(3)$ :  $SO(3) \approx SU(2)/2$ .

Следствием такого накрытия является то, что волновая функция частицы со спином  $1/2$  при вращении на угол  $2\pi$  меняет знак и возвращается в исходное состояние при вращении на угол  $4\pi$ .

Рассмотрим преобразования в пространстве эрмитовых матриц, осуществляемые  $2 \times 2$  – комплексными матрицами  $A \in SL(2, C) \supset SU(2)$ , ( $\det A = 1$ ):  $\sigma(x) \rightarrow \sigma(x') = A \cdot \sigma(x) \cdot A^+$ , сохраняющие норму  $\sigma(x)$  ( $\det \sigma(x) = (\det \sigma(x'))$ ).

Так как преобразования связаны с преобразованиями группы Лоренца  $x^{\mu'} = \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu}$ , то отображение  $A \rightarrow \Lambda$  осуществляет гомоморфизм  $SL(2, C) \rightarrow SO^+(1, 3)$ , с ядром гомоморфизма, состоящих из двух единичных матриц  $1$  и  $-1$ , что показывает, что группа  $SL(2, C)$  является дважды накрывающей групп  $SO^+(1, 3)$ :  $SO^+(1, 3) \approx SL(2, C)/2$ .

Неприводимые представления группы  $SL(2, C)$  могут быть описаны парой целых или полуцелыми числами ( $j_1, j_2$ ) конечномерных представлений группы  $SU(2)_L \times SU(2)_R$ . Эти представления и были использованы для описания полей материи в квантовой механике и квантовой теории поля [24, 25]. Можно привести некоторые представления  $T(\Lambda, a) = T(a)T(\Lambda)$ ,  $T(a) = \exp(i a^{\mu} P_{\mu})$ ,  $T(\Lambda) = \exp\left(\frac{i}{2} J^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu}\right)$ , которые используются в квантовой механике (квантовой теории поля):

«0» – скалярное одномерное представление

$$\varphi(t, x, y, z) \ni (0, 0): \varphi \xrightarrow{\Lambda} \Lambda \varphi = \varphi,$$

**Пример.** Лоренц-инвариантное волновое уравнение для свободной частицы:

$$\left(\frac{1}{c^2} \partial_t^2 - \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2\right) \varphi(t, x, y, z) = 0.$$

«1L» – лево-спиральное спинорное представление

$$\varphi_L = \begin{pmatrix} \zeta^1 \\ \zeta^2 \end{pmatrix} \ni \left(\frac{1}{2}, 0\right):$$

$$(\varphi_L)_{\alpha} \xrightarrow{\Lambda} (\Lambda_L)_{\alpha\beta} * (\varphi_L)_{\alpha}, \Lambda_L = \exp\left(-i \frac{S^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu}}{2}\right),$$

$$S^{ij} = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \sigma_k, S^{0i} = -\frac{1}{2} \sigma_i.$$

«1R» – право-спиральное спинорное представление

$$\varphi_R = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} \ni \left(0, \frac{1}{2}\right):$$

$$(\varphi_R)_{\alpha} \xrightarrow{\Lambda} (\Lambda_R)_{\alpha\beta} * (\varphi_R)_{\alpha}, \Lambda_R = \exp\left(-i \frac{S^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu}}{2}\right)$$

$$S^{ij} = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \sigma_k, S^{0i} = \frac{1}{2} \sigma_i.$$

где  $\varphi_L$  и  $\varphi_R$  – 2-х компонентные Вейлевские фермионы, удовлетворяющие следующим волновым уравнениям:

$$(\sigma_{\mu} \partial_{\mu} + mc) \varphi_L(t, x, y, z) = 0;$$

$$(\bar{\sigma}_{\mu} \partial_{\mu} - mc) \varphi_R(t, x, y, z) = 0$$

«1L+R» – Дираковское 4-спинорное представление

$$\psi_D(t, x, y, z) = \begin{pmatrix} \varphi_L \\ \varphi_R \end{pmatrix} \ni \left(\frac{1}{2}, 0\right) \oplus \left(0, \frac{1}{2}\right),$$

$$(\psi_D)_{\alpha} \xrightarrow{\Lambda} (\Lambda_D)_{\alpha\beta} * (\psi_D)_{\beta}, \Lambda_D = \exp(-i S^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu} / 2)$$

$$S^{ij} = \frac{1}{2} \epsilon^{ijk} \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix}, S^{0i} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & -\sigma_i \end{pmatrix}$$

где

$$S^{\mu\nu} = \frac{1}{4} [\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}] = \frac{1}{4} (\gamma_{\mu} \gamma_{\nu} - \gamma_{\nu} \gamma_{\mu}), \gamma_{\mu} - (4 \times 4) - \text{матрицы } \gamma_{\mu} = (\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3).$$

В этом представлении два Вейлевских состояния комплексно сопряжены, что непосредственно связано с появлением зарядово-сопряженных 2-х миров частиц и анти-частиц  $\psi^c = C \psi^T$ .

$\psi(t, x, y, z)$  – Дираковские фермионы, электрон, протон, нейтрон, удовлетворяют волновому уравнению:  $i(\gamma_{\mu} \partial_{\mu} - mc) \psi(t, x, y, z) = 0$ ,

$\gamma_{\mu}$  – матрицы образуют Клиффордову алгебру [23, 24, 25]:

$$\{\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}\}_{+} = \gamma_{\mu} \gamma_{\nu} + \gamma_{\nu} \gamma_{\mu} = 2g_{\mu\nu},$$

$\gamma_{\mu}$  – матрицы могут быть представлены в различных базисах, например, в Вейлевском базисе они имеют следующий вид:

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_0 \\ \sigma_0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ -\sigma_1 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ -\sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_3 \\ -\sigma_3 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как в Майорановском базисе  $\gamma$ -матрицы антиэрмитовы  $\gamma_\mu^+ = -\gamma_\mu$ :

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_2 \\ \sigma_0 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_1 = \begin{pmatrix} i\sigma_3 & 0 \\ 0 & i\sigma_3 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \gamma_3 = \begin{pmatrix} -i\sigma_1 & 0 \\ 0 & -\sigma_1 \end{pmatrix},$$

зарядовое сопряжение просто совпадает с операцией комплексного сопряжения:  $\psi^c = \psi^*$ .

«IV» – векторное представление

$$A_\mu(t, x, y, z) \ni \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$A_\mu \xrightarrow{\Lambda} (\Lambda_A)_\mu^\nu, \Lambda_A = \exp(-i \omega_{\mu\nu} M^{\mu\nu}/2),$$

$$(M^{\mu\nu})_\sigma^\rho = i (g^{\mu\rho} \delta_\sigma^\nu - g^{\nu\sigma} \delta_\sigma^\mu), \quad \mu, \nu, \rho, \sigma = 0, 1, 2, 3.$$

**Пример.** Волновые уравнения фотона и калибровочных бозонов:

$$A_\mu, W_\mu^\pm, Z_\mu \in SU(2)_L \times U(1)_Y:$$

$$\left(\frac{1}{2} \partial_t^2 - \partial_x^2 - \partial_y^2 - \partial_z^2\right) A_\mu(t, x, y, z) = 0, \mu = 0, 1, 2, 3;$$

$$\left(\frac{1}{2} \partial_t^2 - \partial_x^2 - \partial_y^2 - \partial_z^2\right) W_\mu^\pm(t, x, y, z) = M_W^2 \cdot W_\mu^\pm(t, x, y, z);$$

$$\left(\frac{1}{2} \partial_t^2 - \partial_x^2 - \partial_y^2 - \partial_z^2\right) Z_\mu(t, x, y, z) = M_Z^2 \cdot Z_\mu(t, x, y, z).$$

Примечательно, что решения волновых уравнений для всех состояний, появляющихся в представлениях группы  $SL(2, C)$  могут быть найдены через разложения по плоским волнам. Для полноты физической картины в ТО прежде всего не хватало определения и учета всех материальных объектов, с которыми должна оперировать теория, а также определения их фундаментальных свойств. Введение материи с заданными свойствами должно определять полноту теории, которые могут быть конкретизированы дополнительным третьим принципом, который утверждает: вся материя, распространяющаяся в рассматриваемом пространстве-времени, должна принадлежать представлениям группы  $SL(2, C)$ , накрывающей группу Лоренца дважды [24, 25]. Фактически, ТО и начало квантовой механики первоначально формулировались на основе прогресса в понимании только одного вида

материи - излучения. Естественно, для полноты теории требовался соответствующий прогресс в изучении свойств представителей другого вида материи-вещества, участвующего в электромагнитном взаимодействии – электрона, протона, нейтрона, ядер, атомов... Как хорошо известно, все эти знания в достаточном объеме были получены гораздо позже, только к 30-ам годам 20-ого века. Именно, открытие спина электрона, а затем открытие новых видов вещества – антиматерии и, конечно, нейтрона, значительно углубили наши знания о структуре пространства-времени и квантовой физики, которые допускает группа симметрий  $SL(2, C)$ . В прямом соответствии с расширением квантовой геометрии пространства-времени, квантовая механика последовательно была обобщена на релятивистскую квантовую механику:

пространственно-временная группа:

$$SO(3) \rightarrow SO(3, 1)$$

и ее накрывающая:  $SU(2) \rightarrow SL(2, C)$ .

Вторичное квантование расширило квантовую физику до квантовой теории полей [24].

### Глава 2.

#### Глобальные свойства квантовой материи.

##### Внутренние симметрии в квантовом пространстве-времени

Если открытие спина электрона и ядер привело к созданию квантового обобщения классической механики Галилея-Ньютона в рамках квантовой механики, то уже открытие позитрона полностью раскрыло нам все возможные спиновые свойства  $D=(1t+3s)$ -мерного пространственно-временного континуума в рамках группы Лоренца, что давало в те времена полное основание рассматривать такой мир как законченную геометрическую картину нашей вселенной, динамика материи которой описывается в рамках квантовой теории полей.

Конечно, установленные структуры атомов и ядер поставили новые фундаментальные вопросы о природе протон-нейтронной  $SU(2)_I$ -изотопической симметрии и различии свойств электрона и нуклонов относительно сильного взаимодействия, которые в нашей дискуссии о ТО можно отложить, так как мы не можем связать или объяснить эти обстоятельства в рамках каких-либо представлений группы Лоренца и ее расширения – группы Пуанкаре. В этом пункте мы начинаем формально различать свойства материальных объектов на внешние, связанные с пространственно-временными симметриями, и внутренние, которые мы уже связываем с какими-то внутренними симметриями. Мы приходим к понятию о связи между внешними про-

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

странственно-временными и внутренними симметриями нашего мира. С одной стороны, пространство-время и его симметрии допускают существование двух конкретных видов материи – вещества и излучения, которое описывается следующим набором фундаментальных параметров теории: зарядом, спином и массой. И наоборот, фундаментальные свойства материальных объектов, распространяющихся в окружающем нас мире, могут дать нам огромные знания о геометрии этого мира, то есть дать нам конкретные геометрические представления о пространстве и времени и их симметриях.

Если вопрос о возникновении массы и электромагнитного заряда еще требует детального исследования, то рассматриваемый  $D=(1t+3s)$ -мерный пространственно-временной континуум в рамках Лоренц-Пуанкаре симметрии должен описываться рядом четко установленных экспериментом аксиом. Теперь если мы хотим рассматривать ТО как полную дуальную теорию, описывающую динамику и кинематику квантовой материи в  $D=(1t+3s)$ -пространственно-временной континууме, нам требуется ввести дополнительный третий постулат, дающий четкое определение материальных объектов и их пространственно-временные свойства в полном соответствии с представлениями группы Лоренца-Пуанкаре. Третий постулат, дающий нам расширение теории относительности, строго определяет вид фундаментальной материи, который в соответствии с группой  $SL(2,C)$ , дважды накрывающей группу Лоренца  $SO^+(1,3)$ , должен иметь следующие пространственно-временные свойства: излучение – это частицы со спином 1, материя – это 4-х компонентные Дираковские фермионы со спином  $\frac{1}{2}$ . Композитная материя строится в соответствии с высшими представлениями группы  $SL(2,C)$ . В результате такого определения расширенной теории относительности, указанная материя в рассматриваемом пространственно-временном континууме обладает электромагнитно-зарядовыми свойствами, и для нее обязан действовать закон о максимальной скорости распространения сигнала в  $D=1t+3s$ , то есть этот вид материи не может распространяться быстрее скорости света (другая возможность может быть связана с сингулярностью преобразований Лоренца и с соответствующими «сверхсветовыми» эффектами) [26, 27].

К этим материальным объектам относятся все уже открытые до сих пор фундаментальные поля – нуклоны (протоны и нейтроны), мезоны, заряженные лептоны (электроны, мюоны, тау-лептоны), кварки, то есть все то, что мы описываем как Дираковские фермионы. Существование

или обнаружение материи со свойствами, отличными от Дираковских, может привести к другим явлениям и закономерностям как кинематическим, так и динамическим.

Так в случае, если пространственно-временные свойства 3-нейтрино окажутся за пределами представлений группы  $SL(2,C)$  (до сих пор этот вопрос экспериментально еще решен), то это состояние могло бы быть первым указанием на существование нового вида материи, не вписывающегося в расширенную теорию относительности и, вследствие этого, могло бы иметь новые пространственно-временные свойства, отличные от подобных свойств Дираковской Фермионной природы. Именно это обстоятельство и послужило идеей [26] предложить ряд экспериментов по измерению скорости нейтрино с целью проверки возможности ее распространения быстрее скорости света.

В этом контексте это было бы очередной проверкой дуальной концепции между физическими квантовыми явлениями Вселенной и Микрокосмоса. Обнаружение с помощью нейтрино дополнительных пространственных размерностей и новой структуры времени доказывало бы, что наша видимая  $D(1t+3s)$ -Вселенная является только частью огромной гипер-Вселенной, заполненной другими видами материи (темная материя или что-то еще...), прояснило бы роль слабых взаимодействий в образовании видимой Вселенной, решило бы фундаментальную проблему стабильности протона и электрона [27, 28, 29, 30].

Аргументами послужили возможности образования Дираковской материи в том числе и кварковой, из более фундаментальной, так называемой праматерии. В такой схеме 3-нейтрино играло бы роль связующего звена между праматерией и эм-заряженной Дираковской материей видимой части Вселенной [26]. Другим примером не-Дираковской материи рассматривается темная материя, открытие которой также является в настоящее время одной из важнейших экспериментальных задач в физике микромира и в астрофизике. Поиски темной материи в основном ведутся без ясного понимания о ее пространственно-временных свойствах, что значительно затрудняет возможности ее обнаружения.

Исходя из нашего понимания расширенной теории относительности, темная материя могла бы иметь другие спиновые свойства, поэтому на этом пути стоит математическая проблема поиска таких пространств, экзотические симметрии которых позволяли бы им иметь необычные спинорные структуры, отличные от

Дираковской [30]. Так в тернарной модели нейтрино появляется возможность открытия новых спинорных структур, которые мы связываем со специфическими спинорными свойствами материи или темной материи.

Специальная теория относительности совместно с принципами симметрии группы Лоренца-Пуанкаре впоследствии вошла краеугольным камнем в квантово-электродинамическую теорию электрона-позитрона, опирающаяся на  $U(1)_{em}$ -калибровочную симметрию. Эта внутренняя симметрия рассматривается как дальнедействующая симметрия видимой части Вселенной. Калибровочная  $U(1)_{em}$ -симметрия теории обеспечила инвариантность как локальных, так и глобальных динамических процессов, происходящих в наблюдаемой Вселенной, и, соответственно, сохранение электромагнитного заряда с рядом важнейших выводов, по-видимому, определивших создание электромагнитной Вселенной:

$$Q(\text{Вид. Всел}) = 0, \quad Q(p) + Q(e) = 0.$$

С нашей точки зрения понимания квантовой геометрии возникает вопрос о механизме происхождения абелевой симметрии  $U(1)_{em}$ , калибровочным образом описывающей взаимодействие света, электрона, позитрона ( $\gamma$ ,  $e^-$ ,  $e^+$ ) в рамках рассматриваемого  $D(1,3)$ -пространство-временного континуума, описываемого группами  $SO(1,3)$  и  $SL(2, C)$ . Можно считать, что в те времена этот вопрос был еще преждевременным. В связи с прогрессом в физике слабых взаимодействий частиц, который выразился в виде построения единой электрослабой модели взаимодействия кварков и лептонов, вопросы о механизмах возникновения электромагнитной заряженной материи – кварков и заряженных лептонов, видимой части Вселенной, соответственно, стал в настоящий период особо актуальным. Эта электрослабая модель, открытая во второй половине 60-х годов, использует калибровочную симметрию с группой  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , которая нарушена на очень малых расстояниях  $r \sim 10^{-15}$  см до группы  $U(1)_{em}$ :

$$U(1)_{em}: SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}.$$

Шкала нарушения электрослабой симметрии, по-видимому, определяет применение квантовой физики вплоть до расстояний  $r \sim 10^{-15}$  см? В связи с этим, очень важно проверить как такие важные следствия квантовой механики типа запутанности будут прослеживаться в физике частиц, участвующих в слабых взаимодействиях [5, 6].

Заметим, что вопрос о возникновении новой экзотической, внутренней симметрии на основе абелевой группы  $U(1)_{em}$ , с точки зрения кван-

товой геометрии рассматриваемого  $D=(1,3)$ -пространство-временного континуума, описываемого группами  $SO^+(1,3)$ ,  $SL(2, C)$ , опять стоит открытым.

Открытие 3-х цветовой кварковой структуры адронной материи и использование группы симметрии Лоренца-Пуанкаре привело к созданию на основе калибровочной группы симметрии  $SU(3^c)$  квантовой хромодинамики, но, соответственно, поставило аналогичный вопрос о связи этой «цветовой» внутренней симметрии с симметрией  $D=(1,3)$ -пространства времени, ответ на который мог бы естественно объяснить происхождение дробного электромагнитного заряда  $Q_u = 2/3$ ,  $Q_d = -1/3$  цветных кварков  $q^a = (u^a, d^a)$ ,  $a=1,2,3$ , а также их конфайнмент. Конфайнмент означает, что цветные кварки  $q^a$  и цветные глюоны  $G^a_{\beta}$ ,  $\alpha=\beta=1,2,3$ , обеспечивающие взаимодействие кварков, могут существовать только внутри обесцвеченных кварковых систем – адронов, нуклонов и мезонов. При покидании адрона кварки адронизируются, то есть перерождаются в адронную материю. В отличие от теории дальнедействующего электромагнетизма, динамика квантовой хромодинамики связана с взаимодействиями кварковой материи только на коротких расстояниях  $r \sim 10^{-13-15}$  см. Итак, для описания 3-х цветового взаимодействия кварков на основе калибровочной группы  $SU(3^c)$ , как и в случае с группой  $U(1)_Y$ , вводимой в модели Салама-Вайнберга, возникает вопрос о связи группы  $SU(3^c)$ , с геометрией  $D=(1,3)$ -пространства-времени и его симметриями.

### Глава 3.

#### Глобальные симметрии. СРТ-симметрия в $D=(1+3)$ пространстве-времени

Релятивистская квантовая электродинамика была сформулирована на основе внутренней локальной калибровочной  $U(1)_{em}$  и внешней глобальной Лоренц-Пуанкаре  $\wp$ -симметриях, отвечающих за электромагнитное взаимодействие фотона – бозона спин  $s=1$  и электрона и позитрона, Фермионных полей со спином  $s=1/2$ , в рассматриваемом  $D(1,3)$  пространство-временном континууме. Внутренняя симметрия  $U(1)_{em}$  связана с локальным и глобальным сохранением электрического заряда  $Q_{em}$ . Внешние симметрии, определяемые группой Лоренца-Пуанкаре, отражают тот факт, что наше пространство изотропно и однородно, что мы наблюдаем в виде законов сохранения таких фундаментальных параметров теории как угловой момент, импульс, энергия и т.д. в  $D(1,3)$  все-

ленной. Естественно, что эта теория описывает в рассматриваемом пространстве-времени всю композитную бозонную ( $s=0, 1, 2, 3, \dots$ ) и фермионную заряженную материю ( $s=1/2, 3/2, 5/2, 7/2, \dots$ ) (заметим, что нейтрон или  $\pi^0$  мезон, как композитные объекты из кварков, также относятся к виду заряженной материи).

В квантовой электродинамике электрона и позитрона можно обнаружить некоторые соотношения между геометрической структурой пространства-времени и степенями свободы фундаментальными частиц теории. В математике в теории многообразий и дифференциальных форм это связывается с Пуанкаре дуальностью [25]. В квантовой физике из свойств фундаментальных частиц можно получить информацию о пространстве-времени, например, о его размерности. Так, четырехмерное  $D(1,3)$  пространство-время, с внешней Лоренц-Пуанкаре симметрией электродинамике, корректно соответствует возможным квантовым степеням свободы Дираковского фермиона с двумя взаимносопряженными состояниями: электрон и позитрон, и двумя возможными их спиновыми проекциями.

Конечные дискретные группы симметрий, соответствующие  $C$ -,  $P$ -,  $T$ -преобразованиям, делают эту связь более тонкой.

$CPT$  инвариантность, доказанная в Лоренц-инвариантной локальной квантовой теории (теорема Паули-Людерса), дает очень важные соотношения между мирами частиц и анти-частиц, такие как равенство по модулю зарядов и масс (времени жизни) частицы и античастицы [24]:

$$Q_{em}(p) = Q_{em}(\bar{p}), \quad m(\psi) = m(\bar{\psi}).$$

$CPT$  инвариантность позволяет глобально правильно определять понятие частицы и его античастицы во всем  $D(1,3)$  пространстве-времени.

В этом подходе  $CPT$  инвариантность и закон сохранения заряда может быть прерогативой для пространства-времени Минковского  $R^{1,3}$ , определенного группой Лоренц-Пуанкаре, с накрывающей  $SO^+(1,3)$  группой  $SL(2, C)$  и внутренней динамикой описываемой калибровочной симметрией  $U(1)_{em}$ . Так, мы хотим подчеркнуть, что предложение о дуальности между законом сохранения электрического заряда и  $CPT$  инвариантностью могут быть действительными только в наблюдаемом  $D(1,3)$  пространственно-временном континууме Минковского, и для гипотетических взаимодействий заряженного вещества с новым экзотическим веществом эти аргументы не действительны.

В этом приближении наблюдение эффектов нарушения  $CPT$  инвариантности и/или закона сохранения заряда могло указать на некоторых

новых экзотических геометрических структурах вакуума на малых расстояниях за пределами слабого взаимодействия или/и на существование некоторых глобальных дополнительных измерений во Вселенной, которые потребуют расширения основных концепций квантовой физики.

Такие наблюдения помогли бы нам расширить понятие частиц и античастиц для тернарного случая трех нейтрино, для которых новый тип сопряжения в  $D=6$  мерном пространстве-времени  $C_{D=6}$  мог бы связан с некоторой абелевой калибровочной симметрией [27, 28].

Возможное наблюдение нарушения законов сохранения в  $D(1,3)$  пространственно-временном континууме, дополненным некоторыми геометрическими и тензорными структурами вакуума, которое могло бы привести к проявлению некоторых явлений, таких как новые частицы и, соответственно, их взаимодействия. Фундаментальная концепция образования Вселенной связана с попытками понимания механизма образования в какой-то компактной области гипер-Вселенной заряженной Дираковской материи с динамикой, обеспечивающей дуальность между законом сохранения заряда  $Q_{em}$  ( $U(1)_{em}$ -симметрия) и  $CPT$ -инвариантностью:  $U(1)_{em}$ -симметрия  $\leftrightarrow D=(1t+3s)$  группа Лоренца:  $CPT$ -инвариантность  $\leftrightarrow$  Сохранение заряда ( $Q_{em}$ ). Таким образом, если такая дуальность существует, то процессы нарушения  $CPT$  инвариантности должны сопровождаться процессами с нарушением электрического заряда  $Q_{em}$ . Может быть, это одна из причин, почему экспериментаторы еще не наблюдали некоторые редкие распады, такие как распад протона. В этом случае, идея большого объединения без объяснения происхождения электромагнитного заряда недостаточна, чтобы решить проблему стабильности протона.

Подобная проблема могла быть связана с поисками редких распадов с изменением аромата. Вопрос с тремя типами нейтрино стоит особым образом, особенно в случае, если 3-нейтрино рассматривать как одно 6-мерное состояние [27, 28]. В этом случае можно написать  $2 \times 3 = 6$  – компонентное уравнение Дираковского типа в 6-мерном пространстве-времени, в котором аналогичные дискретные симметрии могли бы привести нас к равенству масс всех трех нейтрино – электронного, мюонного и тау-нейтрино. А наблюдаемые нейтринные осцилляции можно было бы описывать введением нового гипотетического 6-мерного взаимодействия, смешивающего поколения, аналогично тому, как слабые взаимодействия приводили к смешиванию  $K_0$ - и анти –  $K_0$ -мезонов.

## Глава 4. Новый свет в эволюции расширения размерности и структур пространства и времени

Теоретическая неполнота Стандартной Модели физики элементарных частиц (ФЭЧ) была понята сразу же после признания этой модели и выразилась в многочисленных поисках ее расширения в рамках расширения внутренних симметрий, которые уже были хорошо разработаны на основе алгебраического аппарата групп Ли. Было рассмотрено множество моделей и теорий с возможными расширениями наблюдаемого четырехмерного пространства времени и симметрии Лоренца до группы  $SO(1t+(d-1)s)$  с ее дважды накрывающей  $Spin(1t+(d-1)s)$ . В первую очередь, надо выделить  $D=10=(1t+9s)$ -мерные суперструнные теории,  $D$ -браны,  $D=11=(1t+10s)$ -мерные М-теории и  $D=12=(2t+10s)$ -мерные F-теории, в которых, несмотря на использование сложнейшего математического аппарата, решающего прогресса в понимании базовых симметрий ФЭЧ, загадочной физики нейтрино и возможной его связи с темной материей и темной энергией, а также в многомерной гравитации и космологии так и не произошло.

Здесь нужно подчеркнуть, что наши современные представления о физике высоких энергий в рамках Стандартной Модели ФЭЧ и всевозможных ее  $D=10, 11, 12$ -мерных суперструнных расширениях, включая Теории Великого Объединения и Теории Всего Сущего начались с построений гиперповерхностей степени два в  $D$ -мерных пространствах. В результате такого подхода и было понята соответствие между геометрическими объектами и их возможными непрерывными симметриями, используемых как в классической, так и в квантовой физике. Этот класс симметрий можно назвать «бинарными» симметриями, так как они сохраняют инвариантными только билинейные квадратичные формы и, в частности, метрики, используемые в теориях гравитации. Например, преобразования из группы  $D=(t+s)$ -мерной группы Лоренца сохраняют инвариантной квадратичную форму:

$$d s^2 = dx_1^2 + \dots + dx_t^2 - dx_{t+1}^2 - dx_{t+2}^2 - \dots - dx_{t+s}^2.$$

Рассматриваемые дифференциальные уравнения эволюций для калибровочных полей Стандартной Модели ФЭЧ также являются билинейными и остаются таковыми для пространство-временной геометрии любой размерности  $D=t+s, t=1, 2$ .

Возможности расширения наблюдаемой

$D(1+3)$ -мерной части Вселенной в рамках инвариантных квадратичных форм могут представлять определённый интерес, и мы приводим несколько таких примеров, которые могли бы иметь место в природе.

Разумнее сначала рассмотреть возможности расширения  $D(1t+3s)$ -пространства-времени до 6-мерного пространства времени и изучить влияние этих двух дополнительных размерностей на уже полученные экспериментальные результаты Стандартной Модели ФЭЧ. Новые пространственно-временные симметрии, обобщающее специальную теорию относительности и квантовую физику, должны основываться на едином начале образования заряженной материи из пра-материи так, чтобы объяснить совпадение электромагнитных зарядов протона и электрона:  $|Q_p + Q_e| < 10^{-21}$ .

Предполагаемое в  $D>4$ -мерном пространстве-времени гипотетическое взаимодействие должно связать Дираковские фермионы с пра-материей. Такое взаимодействие могло быть основано на новой симметрии, обобщающую группу Ли и могло бы обеспечить универсальный механизм нестабильности электрона/протона. Мы могли бы добавить два дополнительных измерения, чтобы проиллюстрировать возможный механизм такого взаимодействия с масштабом масс  $M_s \sim 10-20$  Тэв [26, 27, 28, 29].

В первом примере (рисунки 1) мы рассматриваем экзотический случай Вселенной  $D=1t+3s$ , в котором одна некомпактная размерность определяет пространственную стрелку в  $D(1,3)$  пространстве с недиагональной метрикой

$$d s^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2 - 2 \vec{u} \cdot d\vec{x} dx_0, \quad x_0 = c \cdot t,$$

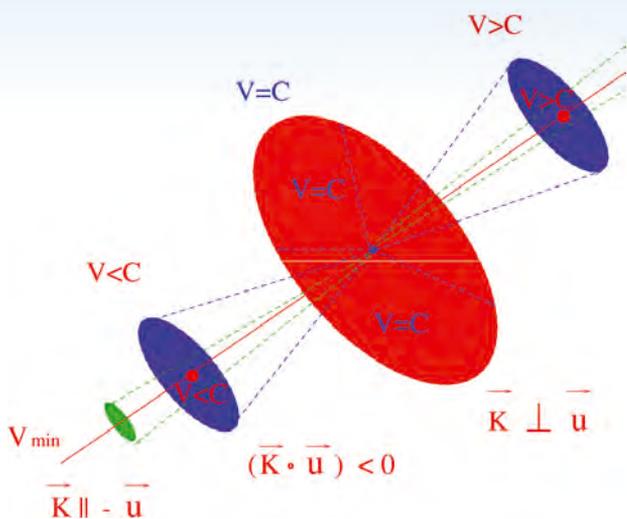
$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & -u_1 & -u_2 & -u_3 \\ -u_1 & -1 & 0 & 0 \\ -u_2 & 0 & -1 & 0 \\ -u_3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

В пространстве-времени с такой метрикой из группы  $SL(2, C)$  сохранилась бы только двухпараметрическая подгруппа, порожденная одним бустом и одним вращением:

$$\hat{\Lambda} = \hat{\Lambda}_{B_u} \cdot \hat{\Lambda}_{\rho_{\vec{u}}} \in SL(2C).$$

Такая метрика могла бы быть порождена квантовыми гравитационными проявлениями высокоэнергетического фермиона, распространяющегося через пространственно-временную вакуумную пену. В этом случае уравнение Дирака для безмассового фермиона модифицируется с учетом рассматриваемой метрики  $g_{\mu\nu}$  со-

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ



**Рис. 1.** Распределение скоростей безмассового фермиона в обсуждаемой выше эффективной метрике, которое зависит от угловой корреляции между направлением импульса  $\vec{k}$  и пространственной стрелки  $\vec{u}$

ответствующим образом:  $\{\gamma^\mu \cdot (\nabla_\mu - \Gamma_\mu)\} \psi = 0$ , где  $\nabla_\mu = \partial_\mu - \Gamma_{\mu\nu}^\nu$  ковариантная производная с учетом связности  $\Gamma_{\mu\nu}^\nu$ ,  $\Gamma_\mu$  – коэффициенты Иваненко-Фока.

В данной метрике уравнение Дирака приобретает следующий вид:

$$\{\gamma^m \cdot \partial_m\} - \gamma^0 \cdot (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \psi = 0.$$

Из которого следует дисперсионное соотношение между энергией  $E$  и импульсом  $\vec{k}$ :

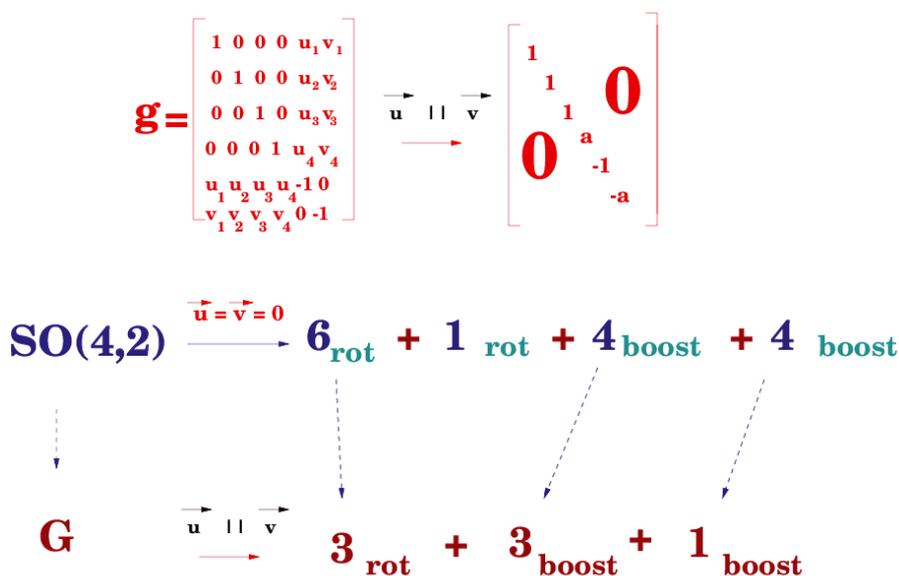
$$\{E^2 - c^2 \vec{k}^2 - 2cE(\vec{k} \cdot \vec{u})\} = 0.$$

На рисунке 1 представлено распределение

скоростей безмассового фермиона в обсуждаемой эффективной метрике, которое зависит от угловой корреляции между направлением импульса  $\vec{k}$  и пространственной стрелки  $\vec{u}$ . Этот показательный пример показывает, как могли бы фермионы с экзотическими пространственно-временными свойствами связывать наш видимый мир с гипер-Вселенной. Этот пример легко может быть обобщен для пространства-времени  $D=5=(1t+4s)$  и  $D=5=(2t+3s)$ .

Второй пример касается возможности расширения группы Лоренца в  $D=6=(4+2)$ . В данной модели мы рассматриваем возможность двумерного времени, которое возникает в пространстве времени с ортогональной группой  $SO(4,2)$ , имеющей дважды накрывающую унитарную группу  $SU(2,2)$ .

Мы приводим пример аналогичного «гравитационного» нарушения группы  $SO(4,2)$ , в результате которого мы остаемся с Группой Лоренца  $SO(3,1)$  и «скрытой» группой  $SO(1,1)$  дополнительный буст, значение которого могло бы превышать скорость света в миллионы раз. В этом примере мы предполагаем существование полей, которые имеют некоторые экзотические  $D=6=(2t+4s)$  пространство-временные свойства, но они могли бы быть обнаружены и в видимой Вселенной, то есть проявлять  $D=4=(1t+3s)$  пространственно-временные свойства. Так, на рисунке 2, мы рассматриваем возможность 6-мерному полю с учетом гравитационного взаимодействия с  $D=6$  вакуумом проявлять  $D=4=(1t+3s)$  пространственно-временные свойства и сохра-



**Рис. 2.** Пример аналогичного «гравитационного» нарушения группы  $SO(4,2)$ , в результате которого мы остаемся с группой Лоренца  $SO(3,1)$  и «скрытой» группой  $SO(1,1)$  дополнительный буст

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

нить остаточную “скрытую”  $SO(1,1)$  симметрию буст, что дает возможность экспериментально его обнаружить.

Здесь могут быть рассмотрены несколько сценариев:

- 1) 3-нейтринное состояние или темная материя принадлежит  $D=6$ -мерному пространству;
- 2) при высоких энергиях симметрия  $SO(4,2)$  восстанавливается.

Сегодня представляется естественным ожидать, что для лучшего понимания динамики стандартной модели ФЭЧ необходимо расширить наши познания о новых геометрических римановых и тензорных структурах в многомерных пространствах, связанных с расширениями теории чисел и, в первую очередь, с обобщениями структуры комплексного числа и, в частности, мнимой единицы. Соответствующие геометрические объекты могли бы быть связаны с некоторыми новыми типами внешних симметрий (симметрии вакуума), которые могли бы позволить создать разумные (то есть перенормируемые) квантовые теории поля во многомерных пространствах с  $D>4$  и могли бы построить нетривиальные многомерные обобщения  $D$ -мерных псевдо-Лоренцовских групп с накрывающими группами третьего, четвертого и т.д. порядка, что позволило бы ввести материю с экзотическими спинорными структурами  $S=1/n$ ,  $p/n$  соответственно, расширяя аксиомы специальной теории относительности. Дифференциальные уравнения, описывающие распространение волн соответствующих частиц в гипотетическом многомерном пространстве времени, стали бы включать производные третьей и выше степени, которые расширили бы понятие плоских волн, широко используемых в квантовой физике полей и частиц.

Специальная теория относительности была сформулирована на базе аксиом, включающих в себя принцип относительности, абсолютизм и конечность скорости света. Галилеевская группа симметрии  $SO(3)$  была расширена до группы преобразований Лоренца  $SO(1,3)$  и ее дважды накрывающей группы  $SL(2, C)$ , и абсолютизм времени трансформировался в абсолютизм света. Со времен Аристотеля был достигнут новый прогресс в понимании времени, которое приобрело геометрическую окраску. Временные и пространственные координаты объекта, соответствующим двум инерциальным системам, движущимся друг относительно друга с постоянной скоростью света, взаимосвязаны преобразованиями Лоренца. Концепция абсолютизма скорости света в наблюдаемой Вселенной была особо подчеркнута почти всеми пионерами специ-

альной теории относительности. Квантовая физика фотона  $s=1$  и фермионов  $s=1/2$  позволила человечеству расширить горизонты видимой части Вселенной. В то время не возникал вопрос о существовании новых форм материи, отличной от электромагнитной! Загадочные 3-нейтрино и, тем более, темная материя появились в физике позже.

В качестве иллюстрации мы приведем пример как может измениться интерпретация существующих 3-х нейтринных состояний из предположения, что пространственно-временные свойства 3-х нейтрино отличны от свойств заряженных кварков и заряженных лептонов. Так мы можем рассматривать три нейтрино как единое поле в пространстве размерности  $D=6$ , т.е. с двумя, тремя дополнительными некомпактными измерениями, и, в соответствии с тернарной комплексностью, можно представить осуществление (реализацию) нейтрино как 3-спинор со следующими тремя операциями «зарядового сопряжения» (новый нейтринный свет):

$$\psi = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \bar{\nu}_\mu \\ \bar{\nu}_\tau \end{pmatrix}, \quad \psi^C = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_\tau \\ \nu_e \\ \bar{\nu}_\mu \end{pmatrix}, \quad \psi^{CC} = \begin{pmatrix} \bar{\nu}_\mu \\ \bar{\nu}_\tau \\ \nu_e \end{pmatrix},$$

описывающий систему трех нейтринных состояний  $\nu_e$  – нейтрино-электронное,  $\nu_\mu$  – нейтрино-мюонное,  $\nu_\tau$  – нейтрино-тау, которые можно представить как частица-античастица-антиантичастица (тернарная модель 3-х нейтринных состояний [27, 28, 29, 30] по аналогии с 4-мерной дираковской теорией электрона и позитрона. Мы ввели операции тернарного  $f, \bar{f}, f, (\bar{\bar{f}}) = f$ . Такое представление трех нейтринных состояний в  $D=6$ -мерии предполагает существование новой Абелевой группы  $U(1)$ , связанной с существованием нового “света”, возможно, связанный с темной энергией.

### Литература

1. Heisenberg W. Physics and Philosophy. Harper, 1958.
2. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. М.: Мир, 2006. 824 с.
3. Валиев К.А. Квантовые компьютеры и квантовые вычисления // УФН, 2005. №175(1). С. 3-39.
4. Bennett C., Brassard G. Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing // IEEE International Conference on Computers Systems and Signal Processing, 1984. №11. P. 175-179.
5. Bertlmann R.A., Zeilinger A. Quantum (Un)speakables: From Bell to Quantum Information, Springer-Verlag, 2002. 483 p.
6. Bertlmann R.A. Entanglement, Decoherence and Bell Inequalities in Particle Physics, Lectures University of Siegen, 2013.
7. Mambriani Y. Histories of Dark Matter in the

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Universe, Laboratoire de Physique Theorique, Universite Paris-Sud, F-91405 Orsay, France, 2014. 612 p.

8. Romer O. Démonstration touchant le mouvement de la lumière trouvé par M. Römer de l'Académie Royale des Sciences, Journal des Sçavans, 1676: 233–236.

9. Bradley J. Account of a new discovered Motion of the Fix'd Stars. Philos. Trans. R. Soc. Lond., 35 (1728). P. 637-661.

10. Fizeau H. Sur les hypothèses relatives à l'éther lumineux, Comptes Rendus, 33 (1851). P. 349-355.

11. Maxwell J.C. A dynamical theory of the electromagnetic field. Philos. Trans. R. Soc. Lond., 155 (1865). P. 459-512.

12. Hertz H. Electric waves: being researches on the propagation of electric action with finite velocity through space, New York: Macmillan and co., 1893. 278 p.

13. Albert A. Michelson, Edward W. Morley On a method of making the wave-length of sodium light the actual and practical standard of length. American Journal of Science, 34(1887). P. 427-430.

14. Larmor J. On a dynamical theory of the electric and luminiferous medium. Part 3, Relations with material media, Philos. Trans. R. Soc. Lond., 190 (1897). P. 205-300.

15. Poincare H. La théorie de Lorentz et le principe de réaction, Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles, 5 (1900). P. 252-278.

16. Lorentz H.A. Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light, Proceedings of the Royal Netherlands Academy of Arts

and Sciences, 6 (1904). P. 809-831.

17. Poincare H. Sur la dynamique de l'électron, Comptes Rendus, 140 (1904). P. 1504-1508.

18. Einstein A. Zur Elektrodynamik bewegter Körper, Annalen der Physik, 322 (10). 1905. P. 891-921.

19. Minkowski H. Raum und Zeit, Physikalische Zeitschrift, 10 (1909). P. 75-88.

20. Dirac P. M.A. The quantum theory of electron, Proceeding of the Royal Society of London, 117 (1928). P. 610-624.

21. Majorana E. Teoria simmetrica dell'elletrone e del positrone, Nuovo Cimento, 14 (1937). 171 p.

22. Weyl H. Gruppentheorie und Quantenmechanik. Leipzig, 1998. 288 p.

23. Pal P.B. Dirac, Majorana and Weyl fermions, 2010.

24. Bogoljubov N.N., Shirkov D.V. Introduction to quantum field theory. NAUKA, 1984.

25. Dubrovin B.A., Novikov S.P., Fomenko A.T. Modern Geometry. M.: NAUKA, 1986.

26. Ammosov V., Volkov G. Can neutrino probe extra dimension, Padua, 2000.

27. Volkov G.G. Geometry of Majorana neutrino and new symmetries, Annales Fond Broglie, 31 (2006). 227 p.

28. Volkov G.G. Possible Signals from the D=6 Space-Time, 2011.

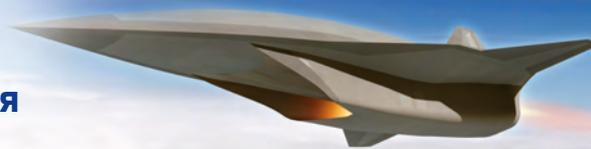
29. Baranov D.S., Volkov G.G. Neutrino On The Possible New Time Structure, 2012.

30. Maslikov A.A., Volkov G.G. The Geometry of the Standard Model, Nonlinear Dynamics and Applications, 20 (2014). P. 257-264.

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 629.7.015+519.6

**МЕТОДИЧЕСКИЙ ПОДХОД  
К АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПОЛУЧЕНИЯ  
АДЕКВАТНЫХ ОЦЕНОК ЖИВУЧЕСТИ  
ГИПЕРЗВУКОВЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В ПОЛЕТЕ**  
**METHODICAL APPROACH TO AUTOMATE  
THE PROCESS OF OBTAINING ADEQUATE ASSESSMENTS  
OF THE SURVIVABILITY OF A HYPERSONIC VEHICLE IN FLIGHT**



**Олег Павлович Кузнецов**

*кандидат технических наук, доцент*

профессор

ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)

Адрес: 142210, Московская обл.,

г. Серпухов, ул. Бригадная, д. 17

Тел.: +7(4967)35-31-93

E-mail: opk1954@yandex.ru

**Алексей Александрович Коробков**

*кандидат технических наук, доцент*

начальник отдела планирования НИОКР  
МОУ «ИИФ»

Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а

Тел.: +7(4967) 35-31-93

E-mail: korobkow@mail.ru

**Алексей Игоревич Алаторцев**

*кандидат технических наук*

докторант

ВА РВСН им. Петра Великого (филиал в г. Серпухове)

Адрес: 142210, Московская обл.,

г. Серпухов, ул. Бригадная, д. 17

Тел.: +7(4967)78-96-53

E-mail: alexalat@yandex.ru

**Андрей Николаевич Фуров**

*кандидат технических наук*

преподаватель

ВА РВСН им. Петра Великого  
(филиал в г. Серпухове)

Адрес: 142210, Московская обл.,

г. Серпухов, ул. Бригадная, д. 17

Тел.: +7(4967)35-31-93 E-mail: AFurov@gmail.com

## Аннотация

В статье рассмотрена проблема проведения качественной оценки живучести гиперзвуковых летательных аппаратов в условиях противодействия. Показано, что для сравнения ракетных комплексов по эффективности, разрабатываемых по различным концепциям, необходим принципиально новый подход на основе исследований процессов взаимодействия гиперзвуковых летательных аппаратов со средствами перехвата.

**Ключевые слова:** гиперзвуковой летательный аппарат, ракетный комплекс, аэробаллистическая концепция, живучесть, стойкость, коэффициент вариации.

## Summary

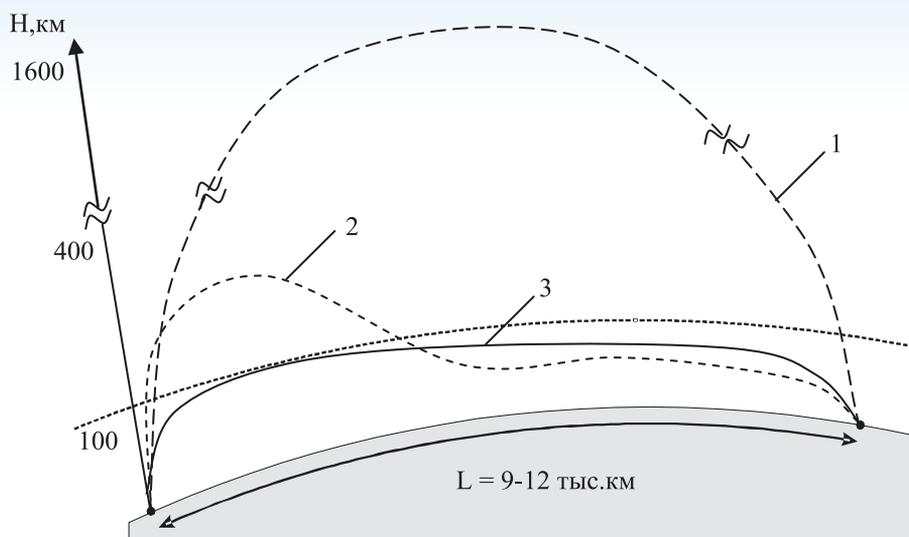
The article considers the problem of performing a qualitative assessment of the survivability of a hypersonic aircraft in the face of opposition. It is shown that for comparison of missile systems for efficiency, developed by different concepts, required a fundamentally new approach based on the investigation of the interaction between a hypersonic aircraft with the means of interception.

**Key words:** hypersonic aircraft, missile system, aeroballistics concept, survivability, durability, coefficient of variation.

В настоящее время достаточно детально представлены траектории движения летательных аппаратов (ЛА) на основе использования баллистического полета и управляемого полета на базе аэробаллистической (АБ) и аэро ракетной (АР) концепций [1, 5, 6]. Все три вида траектории показаны на *рисунке 1*.

Для решения задач формирования группировки РВСН на данном этапе все три концепции жизнеспособны. Однако финансово-экономическое положение страны в связи с санкциями ряда стран ЕС, с одной стороны, и необходимость постоянного развития стратегических ядерных сил – с другой, требуют глубокого ана-

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ



**Рис. 1.** Траектории полета гиперзвуковых ЛА:  
1 – баллистическая; 2 – аэробаллистическая; 3 – аэро ракетная

лиза данных концепций с целью минимизации рисков при принятии решения на разработку определенного типа ракетного комплекса (РК).

Понятно, что концепция предполагает и подходы к разработке технического облика РК для реализации траектории движения. В связи с этим для сравнения представленных траекторий необходимо ввести показатели качества и критерии сравнения. Многолетние исследования закономерностей движения ЛА межконтинентальной дальности действия показали диалектическую связь между летными и конструктивно-техническими характеристиками РК, средствами и способами противодействия. С точки зрения живучести в полете большое влияние на допустимые траектории движения оказывают силы и средства борьбы с баллистическими ракетами. Появление концепции Стратегической оборонной инициативы заставило задуматься об отказе от классических баллистических траекторий – появилась аэро ракетная концепция. Аэробаллистическая концепция развивалась у нас в стране достаточно самостоятельно [1, 5], причем ее развитие, в первую очередь, связано с оптимизацией габаритно-массовых, летно-технических характеристик и других полезных качеств ЛА. Наряду с указанными полезными свойствами проявилось и другое – защита от оружия противоракетной обороны (ПРО) космического базирования атмосферой.

Существует подход к минимизации ошибок при принятии решения о предпочтении РК по обобщенному показателю качества  $W^k$ , который определяется в ходе разработки и летных испытаний. Однако, во-первых, структура само-

го показателя  $W^k$  достаточно субъективна, а во-вторых, сам расчет требует достоверных исходных данных.

Представляется уместным использовать подходы для решения многокритериальных задач, представленные в [2]. Одним из методов может служить сведение ряда показателей в ограничения при минимизации (максимизации) главного показателя. Например, главным показателем может быть какой-либо относительный, или специально “сконструированный” показатель, отражающий наиболее важное свойство РК. Обычно берут два показателя: стоимость  $C$  и  $W$  – показатель боевой эффективности [3]. Это корректно, если в показатель боевой эффективности ввести параметры, отражающие живучесть при несении боевого дежурства, мобильность, долговечность, а расход материальных и энергоресурсов учитывать в показателе стоимости.

Для перспективных РК, функционирующих в условиях противодействия средствам ПРО главной задачей является доставка боевого заряда (БЗ) к цели с минимальными энергетическими затратами. Причем эффективность действия БЗ определяется только его мощностью, надежностью и точностью доставки.

Таким образом, показателями, по которым можно оценить преимущество траектории и РК, ее реализующего, могут быть: стоимость РК  $C$  (стоимости разработки РК на основе АБ и АР концепции эквивалентны); обобщенный показатель  $K_1$ , характеризующий энергозатраты для обеспечения доставки БЗ с мощностью  $q_{зад}$  и с заданной точностью  $\sigma_{зад}$  на дальность  $L_{зад}$ , а также  $K_2$  – вероятностный показатель надежности до-

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

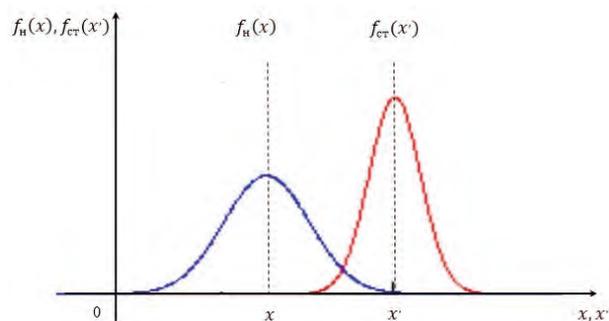
ставки БЗ в условиях противодействия или показатель живучести в полете. Первые два показателя связаны параметрически через характеристики мобильности и затраты на ее обеспечение, надежности и живучести в процессе несения БД, состава сил и средств для поддержания боеспособного состояния и обеспечения пуска, безопасности и т.п. Показатель  $K_1$  может быть представлен как отношение массы полезной нагрузки  $m_{\text{пн}}(q_{\text{зад}})$  к стартовой массе ракеты  $m_0(L_{\text{зад}}, m_{\text{пн}})$ , обеспечивающей доставку БЗ с мощностью  $q_{\text{зад}}$  и с точностью  $\sigma_{\text{зад}}$  на дальность  $L_{\text{зад}}$ .

$$K_1 = m_{\text{пн}}(q_{\text{зад}}) / m_0(L_{\text{зад}}, m_{\text{пн}}). \quad (1)$$

Показатель  $K_2$  отражает вероятность доставки БЗ к цели и может быть оценен на основе получения возможных нагрузок на ЛА в процессе полета и сравнения их с критическими уровнями стойкости.

Вполне очевидно, что полезные свойства РК должны монотонно зависеть от представленных показателей качества.

Для решения задачи оценки живучести ЛА необходимо знать плотности распределений уровней нагрузки  $f_{\text{н}}(x)$  и стойкости  $f_{\text{ст}}(x')$  ЛА и его систем [4]. Под уровнем нагрузки  $x$  понимается уровень воздействующего на ЛА поражающего фактора, а под уровнем стойкости  $x'$  – критический уровень поражающего фактора, при котором ЛА поражается. Модель «нагрузка – стойкость» представлена на *рисунке 2*.



**Рис. 2.** Модель «нагрузка – стойкость»

При этом вероятность непоражения ЛА  $P_{\text{нп}}$  может быть выражена следующим образом:

$$P_{\text{нп}} = P(x' > x) = P(x' - x > 0). \quad (2)$$

Если уровень нагрузки  $x$  и уровень стойкости  $x'$  являются случайными независимыми величинами, то плотность распределения пары случайных величин  $(x, x')$  выражается через произведение плотностей вероятностей распределения уровней нагрузки  $f_{\text{н}}(x)$  и стойкости  $f_{\text{ст}}(x')$ . Тогда вероятность непоражения ЛА определится по формуле:

$$P_{\text{нп}} = \iint_D f_{\text{н}}(x) f_{\text{ст}}(x') dx dx', \quad (3)$$

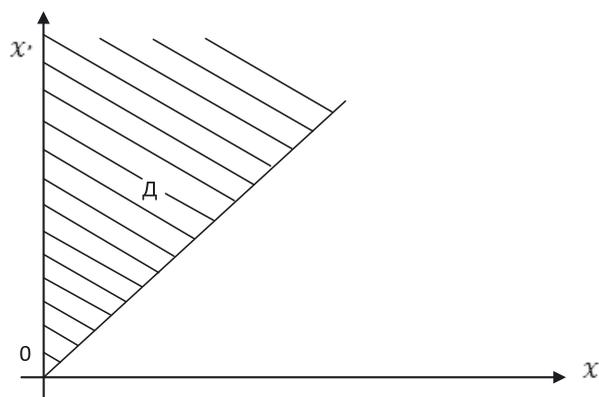
где  $D$  – область изменения  $x$  и  $x'$ , соответствующая условиям непоражения:

$$x \in 0.. \infty, x' \in x.. \infty$$

или

$$x' \in 0.. \infty, x \in 0.. x',$$

что соответствует *рисунку 3*.



**Рис. 3.** Графическое представление области изменения  $x$  и  $x'$

Используя теорему Тонелли -Фубини, можно двойной интеграл (3) свести к повторным, представив вероятность непоражения ЛА двумя выражениями:

$$P_{\text{нп}} = \int_0^{\infty} f_{\text{н}}(x) dx \left[ \int_x^{\infty} f_{\text{ст}}(x') dx' \right], \quad (4)$$

$$P_{\text{нп}} = \int_0^{\infty} f_{\text{ст}}(x') dx' \left[ \int_0^{x'} f_{\text{н}}(x) dx \right], \quad (5)$$

В настоящее время оценка живучести ЛА на траектории, как правило, проводится методами имитационного моделирования, что требует существенных временных затрат и знание координатного или физического законов поражения ЛА. В первом случае радиус зоны поражения считается известным, во втором – задан уровень стойкости, выраженный уровнем конкретного поражающего фактора. В обоих случаях имитационное моделирование можно провести, задаваясь конкретными уровнями стойкости. Предлагаемый методический подход к решению задачи оценки живучести гиперзвуковых летательных аппаратов в условиях противодействия подразумевает получение распределения нагрузки (уровня воздействующего фактора)  $f_{\text{н}}(x)$  для конкретной тра-

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

ектории. Это может быть сделано и путем имитационного моделирования для выбранной траектории, но один раз. Далее, используя модель «нагрузка – стойкость», по зависимостям (4), (5) производится оценка живучести для любого ЛА с заданным уровнем стойкости. Такой подход позволяет также объективно обосновать требования к разрабатываемому ЛА по стойкости к действию поражающих факторов.

Если в выражение (2) ввести случайную величину  $y = x' - x$ , имеющую нормальное распределение с математическим ожиданием

$$m_y = m_{x'} - m_x \quad (6)$$

и средним квадратическим отклонением

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma_{x'}^2 + \sigma_x^2}, \quad (7)$$

то вероятность непоражения ЛА можно выразить через  $y$ , как

$$P_{\text{нп}} = P(y > 0) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma_y \sqrt{2\pi}} e^{-\left[\frac{1}{2} \left(\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right)^2\right]} dy, \quad (8)$$

Обозначая  $\frac{y-m_y}{\sigma_y}$  через  $z$ , получим  $dy = \sigma_y dz$ . При  $y=0$  нижний предел случайной величины  $z_{\text{н}}$  имеет вид

$$z_{\text{н}} = \frac{0-m_y}{\sigma_y} = -\frac{m_{x'}-m_x}{\sqrt{\sigma_{x'}^2 + \sigma_x^2}}, \quad (9)$$

а при  $y \rightarrow +\infty$  верхний предел  $z \rightarrow +\infty$ . Следовательно,

$$P_{\text{нп}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{m_{x'}-m_x}{\sqrt{\sigma_{x'}^2 + \sigma_x^2}}}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2}} dz, \quad (10)$$

Ясно, что  $z$  является нормированной случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Соотношение (9), используемое для определения нижнего предела нормированной случайной величины  $z$ , распределенной по нормальному закону еще называют уравнением связи.

Для определения вероятности непоражения ЛА целесообразно провести исследования влияния нагрузки  $x$  на ЛА при изменении коэффициента вариации случайной величины  $x$ , показывающий какую долю среднего значения этой величины составляет ее средний разброс. Коэффициент вариации случайной величины  $x$  определяется по следующей зависимости:

$$k_v = \frac{\sigma_x}{m_x}, \quad (11)$$

В качестве исходных данных для расчета примем:  $m_x = 40000$  у.е.,  $m_{x'} = 30000$  у.е.

Зависимости вероятностей непоражения  $P_{\text{нп}}$  ЛА от коэффициента вариации  $k_v$  случайной величины  $x$  и коэффициента вариации  $k'_v$  случайной величины  $x'$ , определяющейся по зависимости

$$k'_v = \frac{\sigma_{x'}}{m_{x'}}, \quad (12)$$

при указанных исходных данных представлены на рисунке 4.

Из графика видно, что вероятность непоражения  $P_{\text{нп}}$  при увеличении коэффициента вариации  $k'_v$  уровня стойкости уменьшается. При увеличении коэффициента вариации  $k_v$  уровня нагрузки вероятность непоражения  $P_{\text{нп}}$  также уменьшается.

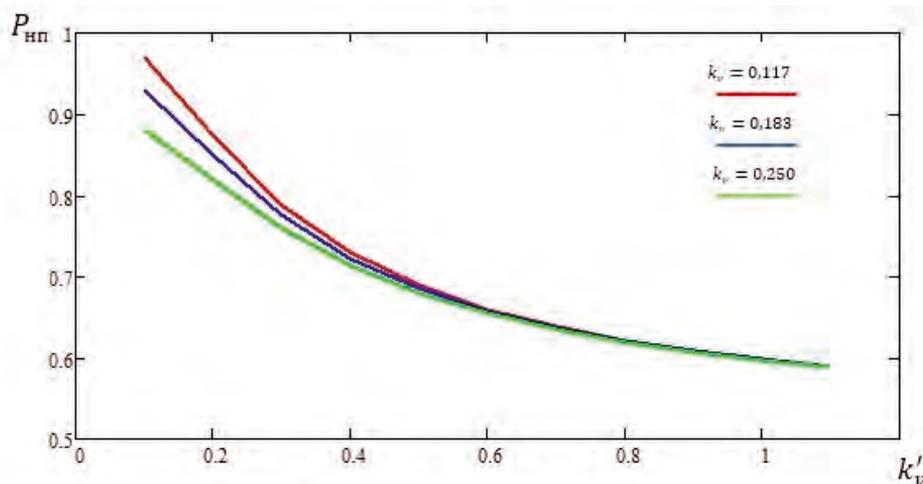


Рис. 4. Зависимости  $P_{\text{нп}} = f(k'_v)$  при различных значениях  $k_v$

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Задача получения плотности распределения поражающего фактора является сложной научной задачей, предполагающей знание боевых характеристик и возможностей средств поражения, включая тактику и стратегию применения этих средств, например, условия подрыва БЗ ступени перехвата. При этом для аналитических расчетов вероятности непоражения необходимо решить задачу аппроксимации статистических данных определенными законами распределения. Интересными, на наш взгляд, представляются исследования “деформации” плотности распределения  $f_{II}(x)$  уровня нагрузки  $x$  при изменении траектории движения ЛА (например, переход к аэробаллистической траектории). Таким образом, применение предлагаемого методического аппарата позволит количественно сравнить РК, разработанные по различным концепциям.

### Литература

1. Нестеров Е.П. Прикладная механика управляемого в атмосфере полета гиперзвуковых летательных аппаратов. М.: МО СССР, 1986.
2. Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества. М.: Сов. Радио. 1975.
3. Технические основы эффективности ракетных систем / Е.Б. Волков, В.З. Дворкин, А.И. Прокудин и др.; под ред. Е.Б. Волкова. М.: Машиностроение, 1989. 256 с.
4. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем. Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 606 с.
5. Кузнецов О.П., Лычагов С.А., Нестеров Е.П. Ракетное оружие на основе аэробаллистической концепции. Серпухов: МО, 2010. 181 с.
6. Системы управления летательными аппаратами: Учебник для вузов / Г.Н. Разоренов, Э.А. Бахрамов, Ю.Ф. Титов; Под ред. Г.Н. Разоренова. М.: Машиностроение, 2003. 584 с.



## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 535.417:621.391

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРА

### DETERMINATION OF BASIC PARAMETERS OF QUANTUM INFORMATION TRANSFER SYSTEM ON THE BASIS OF THE INTERFEROMETER

#### Александр Николаевич Васильев

*доктор физико-математических наук, профессор*  
начальник лаборатории  
ФГБУ ГНЦ ИФВЭ  
Адрес: 142281, Московская обл., г. Протвино,  
пл. Науки, д. 1  
Тел.: +7(4967)71-39-02  
E-mail: alexander.vasiliev@ihep.ru

#### Сергей Владимирович Смуров

*доктор технических наук, профессор*  
первый заместитель Генерального директора  
по научной работе – главный конструктор  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93  
E-mail: sv\_s\_iif@mail.ru

#### Павел Александрович Семёнов

*кандидат физико-математических наук*  
старший научный сотрудник отделения  
Экспериментальной физики  
ФГБУ ГНЦ ИФВЭ  
Адрес: 142281, Московская обл., г. Протвино,  
пл. Науки, д. 1  
Тел.: +7(4967)71-39-02  
E-mail: Pavel.Semenov@ihep.ru

#### Николай Сергеевич Кукин

*кандидат технических наук*  
начальник лаборатории  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93  
E-mail: n.s.kukin@mail.ru

#### Анна Руслановна Мурадова

студентка  
Университет машиностроения (МАМИ)  
техник-программист  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

#### Ирина Олеговна Глотова

студентка  
Университет машиностроения (МАМИ)  
техник-программист  
МОУ «ИИФ»  
Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

#### Аннотация

Рассматривается построение квантовой системы контрфактической передачи информации на основе интерферометра. Приведен алгоритм определения основных параметров интерферометра, обеспечивающих заданные вероятностные характеристики передачи информации.

**Ключевые слова:** интерферометр, квантовая связь, контрфактическая квантовая связь.

#### Summary

The paper considers counterfactual quantum communication system based on interferometer. A method for determining parameters of interferometer was described. This method provides the required transmission probabilities.

**Key words:** interferometer, quantum communication, counterfactual quantum communication.

## ВВЕДЕНИЕ

Современные системы передачи информации зачастую оказываются недостаточно надежными, поскольку развитие средств и методов перехвата приводит к тому, что нельзя исключить возможности несанкционированного доступа. В особо важных случаях может возникнуть необходимость полного исключения компрометации информации. Правильная организация канала связи играет важную роль для достижения данного качества. Для реализации подобных систем требуются технические средства, основанные на физических принципах, не допускающих организации эффективного противодействия. Примером может служить реализация системы контрфактического квантового распределения криптографических ключей [1].

В данной работе рассматривается принцип построения системы передачи информации на основе интерферометра [2]. Приводятся основные вероятностные характеристики системы, предлагается алгоритм определения ее основных параметров.

### 1. Описание и принцип работы системы передачи информации

Схема основного элемента системы – интерферометра представлена на *рисунке 1*.

Интерферометр включает в себя пять элементов: параллельно расположенные вдоль общей оси зеркала  $M_1$ ,  $M_2$  и вращатель поляризации PR, зеркало  $M_3$ , а также поляризационный светоделитель PBS, пропускающий составляющую луча с горизонтальной поляризацией в направлении  $M_2$  и отражающий составляющую с вертикальной поляризацией в направлении  $M_3$  [3].

На *рисунке 1* синими стрелками указаны направления движения фотона с горизонтальной поляризацией от зеркала  $M_1$  к зеркалу  $M_2$ , а также направления движения фотона с вертикальной поляризацией от поляризационного светоделителя PBS к зеркалу  $M_3$ . Красными стрелками указаны направления движения этих же фотонов после отражений от зеркал  $M_2$  и  $M_3$  в обратном направлении.

Фотон с горизонтальной поляризацией  $|H\rangle$  входит в интерферометр по пути “in” под зеркалом  $M_1$  в плоскости, образованной вертикальными осями симметрии зеркал  $M_1$  и  $M_2$ , под углом, обеспечивающим его выход из интерферометра по пути “out” после  $N$  отражений составляющей фотона с горизонтальной поляризацией от  $M_2$ . После каждого прохождения через вращатель поляризации PR поляризация фотона поворачивается на угол  $j = \pi/(4N)$  [4]. Поляризационный светоделитель PBS направляет составляющую входного фотона с горизонтальной поляризацией к зеркалу  $M_2$ , составляющую с вертикальной – к  $M_3$ . Отраженные от зеркал  $M_2$  и  $M_3$  составляющие интерферируют на PBS, образуя фотон с первоначальной поляризацией [5], т.е. в этом случае PBS просто отражает входной фотон. После  $N$  таких отражений фотон покидает интерферометр, имея вертикальную поляризацию  $|V\rangle$ .

Следует отметить, что в соответствии с правилами квантовой механики, интерференция происходит, когда есть более чем один возможный путь для получения данного результата, и эти пути никак неразличимы. В нашем случае фотон может достигнуть какого-то зеркала двумя возможными путями, проходя через делитель света PBS, – попасть либо в зеркало  $M_2$ , либо в зер-

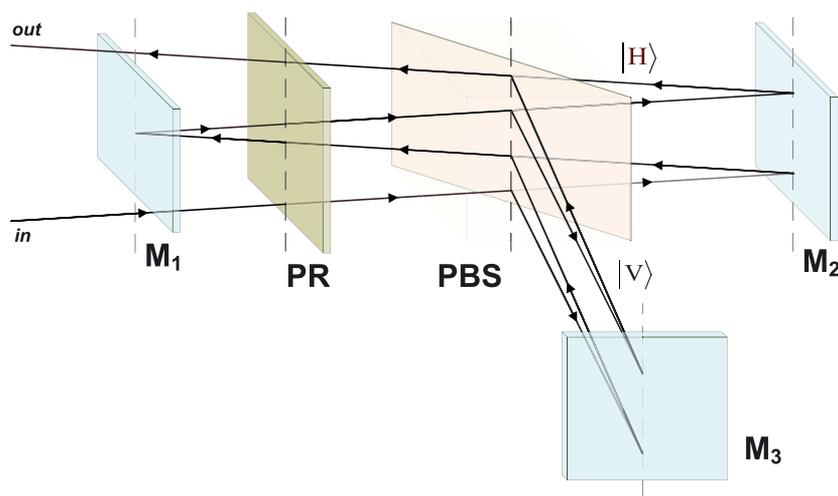


Рис. 1. Схема интерферометра

кало  $M_3$ . Мы не определяем для каждого фотона, на какое конкретно зеркало он попадет после прохождения PBS. Он с некоторой вероятностью одновременно попадает на оба зеркала. Если же мы каким-либо образом все же определяем, на какое конкретно зеркало попадает данный фотон, то никакой интерференции в PBS при отражении от этих двух зеркал не будет, и фотон закончит свой путь. То есть, без двух неразличимых путей интерференция не произойдет. Это чисто квантовый эффект, не имеющий классического аналога.

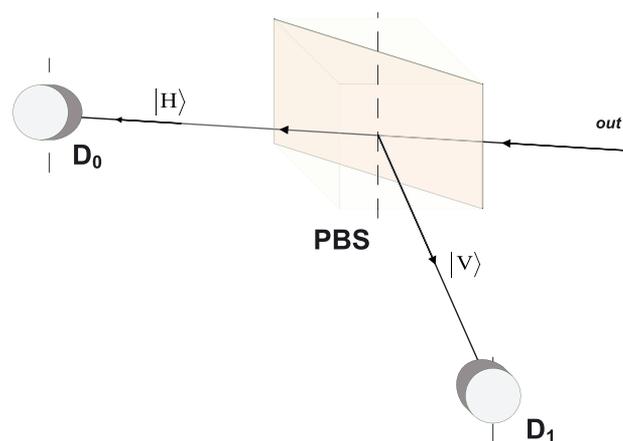
В случае перекрытия зеркала  $M_3$  от PBS в направлении  $M_1$  будет выходить фотон с горизонтальной поляризацией  $|H\rangle$  во всех случаях, кроме измерения фотона на препятствии, перекрывающем  $M_3$  (в этом случае фотон будет потерян) [6]. Для определения факта перекрытия  $M_3$  необходимо провести измерение поляризации фотона на выходе из интерферометра.

На *рисунке 2* представлена схема измерения поляризации фотона на выходе из интерферометра. Детектирование фотона с горизонтальной поляризацией означает, что путь от PBS до  $M_3$  перекрыт, а детектирование фотона с вертикальной поляризацией, что путь открыт.

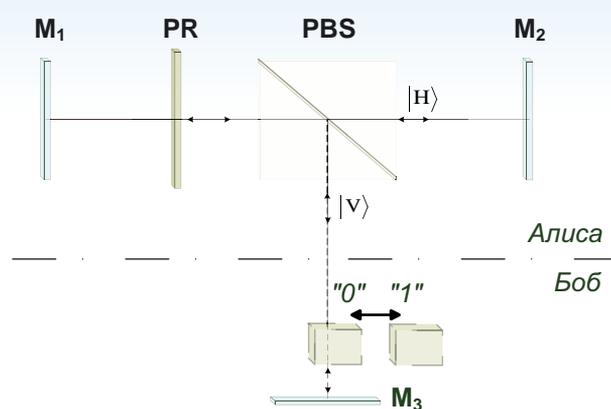
Для организации канала связи необходимо расположить зеркала  $M_1$ ,  $M_2$ , PR и PBS на стороне Алисы, а зеркало  $M_3$  на стороне Боба. Передача информации от Боба к Алисе будет осуществляться путем перекрытия (передан бит "0") или открытия (передан бит "1") зеркала  $M_3$  на стороне Боба (см. *рисунк 3*).

## 2. Вероятности детектирования фотонов

В случае открытого зеркала  $M_3$  (т.е. передачи бита "1") вероятность срабатывания детекто-



**Рис. 2.** Схема измерения поляризации фотона на выходе из интерферометра. Детекторы  $D_0$  и  $D_1$  регистрируют фотоны с горизонтальной  $|H\rangle$  и вертикальной  $|V\rangle$  поляризациями соответственно.



**Рис. 3.** Организация канала связи

ра  $D_0$  равна нулю:

$$P(D_0 | "1") = 0. \quad (1)$$

Вероятность срабатывания  $D_1$  в этом случае будет равна единице:

$$P(D_1 | "1") = 1. \quad (2)$$

Значения (1) и (2) справедливы, т.к. фотон на выходе интерферометра при открытом зеркале  $M_3$  (при передаче бита "1") имеет вертикальную поляризацию.

В случае перекрытия зеркала  $M_3$  (т.е. передачи бита "0") возможны три варианта: сработает детектор  $D_0$ , сработает  $D_1$ , не сработает ни один из детекторов.

Вероятность срабатывания  $D_0$  при передаче бита "0" будет составлять:

$$P(D_0 | "0") = \cos^4(j) \times (\cos^2(2j))^{N-1}, \quad (3)$$

где:  $j = \pi/(4N)$  – поворот поляризации фотона после прохождения PR.

Вероятность срабатывания  $D_1$  при передаче бита "0" будет составлять:

$$P(D_1 | "0") = \cos^2(j) \times \sin^2(j) \times (\cos^2(2j))^{N-1}. \quad (4)$$

Последний вариант – не сработает ни один из детекторов – реализуется при измерении фотона препятствием, перекрывающем  $M_3$ . Вероятность этого события за  $N$  циклов отражения фотона в интерферометре составляет:

$$P(\emptyset | "0") = \sum_{i=1}^N P_i, \quad (5)$$

где:  $P_i$  – вероятность измерения фотона препятствием вместо  $i$ -го отражения от  $M_2$ .

Вероятность измерения фотона препятствием вместо первого отражения от  $M_2$  составляет:

$$P_1 = \sin^2(j), \quad (6)$$

вместо  $i$ -го отражения:

$$P_i = \cos^2(j) \times \sin^2(2j) \times (\cos^2(2j))^{i-2}. \quad (7)$$

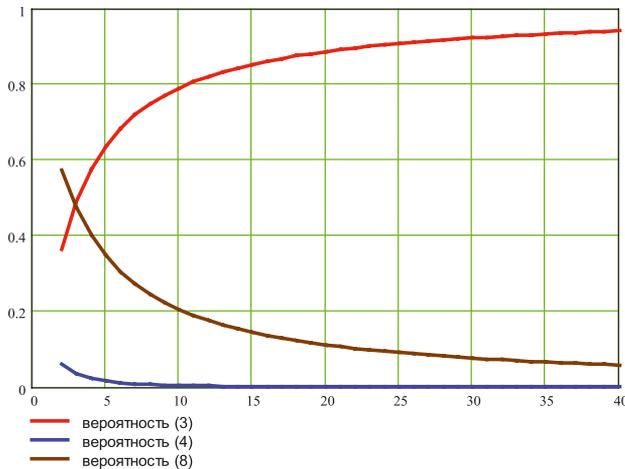
С учетом (6) и (7) вероятность (5) будет равна:

$$P(\emptyset | "0") = \sin^2(j) + \cos^2(j) \times \sin^2(2j) \times \sum_{i=2}^N (\cos^2(2j))^{i-2}. \quad (8)$$

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Нетрудно убедиться, что  $P(D_0 | "0") + P(D_1 | "0") + P(\emptyset | "0") = 1$ .

Если подставить в формулы (3), (4) и (8)  $j = n/(4N)$ , то можно построить зависимости вероятностей  $P(D_0 | "0")$ ,  $P(D_1 | "0")$  и  $P(\emptyset | "0")$  от числа отражений  $N$  (см. рисунок 4).



**Рис. 4.** Вероятности срабатывания детекторов при передаче бита "0"

### 3. Определение параметров интерферометра

Для физической реализации системы необходимо определить основные параметры интерферометра: его длину, размеры элементов, свойства вращателя поляризации, а также угол входа фотона в интерферометр.

Определение параметров интерферометра целесообразно начать с выбора требуемых вероятностей срабатывания детекторов и определения по ним в соответствии с рисунком 4 числа отражений  $N$  фотона в интерферометре. Тогда вращатель поляризации PR должен обеспечивать поворот поляризации проходящего фотона на угол  $j = \pi/(4N)$ .

Исходя из длины зеркала  $M_1$  необходимо определить оптимальное расстояние между входным фотоном и краем зеркала  $M_1$  (см. рисунок 5).

В соответствии с рисунком 5, оптимальное расстояние между входным фотоном и краем зеркала  $M_1$  составляет:

$$d = \frac{L_{M1}}{2 \cdot (N - 1)}, \quad (9)$$

где:  $L_{M1}$  – высота зеркала  $M_1$ .

Оптимальный угол входа фотона в интерферометр:

$$\psi_N = \arctg\left(\frac{d}{L}\right), \quad (10)$$

где:  $L$  – расстояние между  $M_1$  и  $M_2$ , т.е. длина интерферометра.

В соответствии с рисунком 5, необходимо, чтобы высота зеркала  $M_2$  превышала  $M_1$ . Целесообразно высоту зеркала  $M_2$  определить как:

$$L_{M2} = L_{M1} + 2d, \quad (11)$$

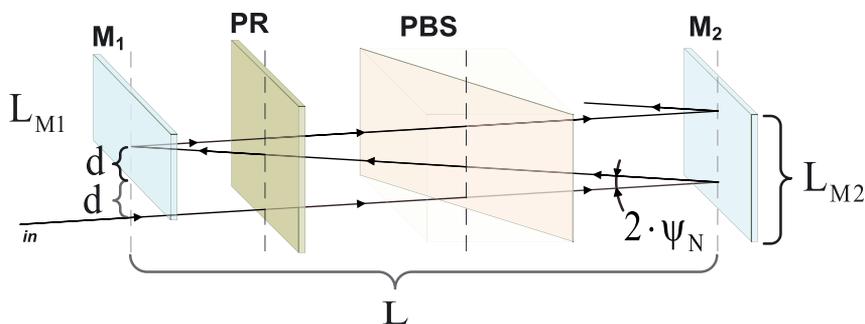
а высоту зеркала  $M_3$  принять равной высоте  $M_2$ . Высоты вращателя поляризации и поляризационного светоделителя можно взять любыми в интервале от  $L_{M1}$  до  $L_{M2}$ .

Поскольку вращатель поляризации поворачивает поляризацию фотона каждый раз на заданный угол  $j$ , то лишнее или недостаточное количество отражений внутри интерферометра при открытом зеркале  $M_3$  приведут к излишнему или недостаточному повороту поляризации выходного фотона и, как следствие, к дополнительным ошибкам при передаче бита "1". Чтобы этого избежать, необходимо определить предельное значение погрешности угла входа фотона в интерферометр. В соответствии с (9) и (10):

$$\tg(\psi_N) = \frac{d}{L} = \frac{L_{M1}}{L \cdot 2 \cdot (N - 1)}. \quad (12)$$

Тогда можно ввести погрешности:  $Dy_{-1} = (y_{N-1} - y_N)$  и  $Dy_{+1} = (y_N - y_{N+1})$ . Очевидно, что  $Dy_{+1} < Dy_{-1}$ . Принимая допустимым наименьшее отклонение  $Dy = Dy_{+1}$ , можно определить максимальную погрешность угла входа фотона в интерферометр:

$$\Delta\psi = \arctg(\psi_N - \psi_{N+1}) = \arctg\left(\frac{2 \cdot L \cdot L_{M1}}{L_{M1}^2 + 4 \cdot L^2 \cdot N \cdot (N - 1)}\right) \quad (13)$$



**Рис. 5.** Основные размеры интерферометра

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

или при  $L \gg L_{M1}$ , т.е. при малом угле  $u_N$ :

$$\Delta\psi = \psi_N - \psi_{N+1} \approx tg(\psi_N) - tg(\psi_{N+1}) = \frac{L_{M1}}{2 \cdot L \cdot N}. \quad (14)$$

### Заключение

В данной работе рассмотрена квантовая система передачи информации на основе интерферометра. Предложен алгоритм определения основных параметров интерферометра, обеспечивающих заданные вероятностные характеристики передачи информации.

Данная система передачи информации на основе интерферометра с заданной вероятностью может гарантировать точную передачу, а также обеспечить конфиденциальность. Однако такой канал связи не защищен от навязывания. Таким образом, несмотря на то, что посторонние лица не смогут прочесть передаваемое сообщение, они смогут дезинформировать получателя. Это может быть недопустимо в особых случаях.

К недостаткам данной системы можно отнести высокую стоимость и необходимость прецизионной настройки отдельных компонентов. Эти недостатки обусловлены необходимостью

работать с отдельными фотонами. Но стоит заметить, что стоимость аппаратуры будет со временем снижаться благодаря общему технологическому развитию и внедрению квантовых технологий в различных областях.

В связи с изложенным материалом можно заключить, что подобного рода системы будут успешно применяться для передачи информации.

### Литература

1. Yan-Bing Li, Qiao-yan Wen, Zi-Chen Li, "Security flaw of counterfactual quantum cryptography in practical setting", e-Print: arXiv:1312.1436 (2014)
2. P. Kwiat, H. Weinfurter, A. Zeilinger, "Quantum Seeing in the Dark", Scientific American 275(5), 72-78 (1996)
3. H. Salih, Zheng-Hong Li, M. Al-Amri, and M. Suhail Zubairy, "Protocol for Direct Counterfactual Quantum Communication", Phys. Rev. Lett. 110(17), 170502(5) (2013)
4. Патент на изобретение №2451313.
5. Нильсен М., Чанг И., Квантовые вычисления и квантовая информация. Пер. с англ. М: Мир, 2006. 824 с.
6. G. Brida, A. Cavanna, I. P. Degiovanni, M. Genovese, P. Traina, "Experimental realization of Counterfactual Quantum Cryptography", e-Print: arXiv:1107.5467 (2011).

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 621.391

## О МЕТОДАХ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО ВНЕДРЕНИЯ ЦИФРОВЫХ ВОДЯНЫХ ЗНАКОВ В ИЗОБРАЖЕНИЯ

## ABOUT THE METHODS OF ERROR-CORRECTING THE INTRODUCTION OF DIGITAL WATERMARKS INTO IMAGES

**Вадим Геннадьевич Грибунин**

*доктор технических наук*

главный научный сотрудник  
МОУ «ИИФ»

Адрес: 142210, Московская обл., г. Серпухов,  
Большой Ударный пер., д. 1а  
Тел.: +7(4967)35-31-93

**Дмитрий Александрович Токарев**

заместитель начальника отдела  
УПМИ и СП МО РФ  
Москва

### Аннотация

В статье рассмотрены проблемы повышения помехоустойчивости внедрения цифровых водяных знаков в изображения, использование широкополосных сигналов для этой цели, и предложено два метода решения этой задачи.

**Ключевые слова:** цифровые водяные знаки, изображение, помехоустойчивость, широкополосные сигналы, процедура Грама-Шмидта.

### Summary

The article describes problems of noise resistance of digital watermarking algorithms and there are two new methods proposed.

**Key words:** digital watermarking, image, immunity, broadband signals, Gram-Schmidt procedure.

Одним из направлений стеганографии является изучение способов и методов внедрения цифровых водяных знаков (ЦВЗ) в мультимедийную информацию, а также противодействие им. ЦВЗ – встроенная в контент (и обычно невидимая) дополнительная информация, которую сложно удалить. ЦВЗ применяются для подтверждения подлинности контента, аутентификации его автора, управления средствами воспроизведения и т.д. Основным отличием от технологий скрытой передачи является то, что во главу угла ставится не скрытность внедрения, а его помехоустойчивость к потенциальному (преднамеренному или непреднамеренному) изменению контента.

Известно, что стеганографическая система может быть смоделирована как система связи [1], поэтому, и методы борьбы с искажением ЦВЗ аналогичны методам цифровой связи. И один из них – разнесение.

### Разнесение как метод повышения помехоустойчивости внедрения ЦВЗ

Помехоустойчивое внедрение ЦВЗ возможно за счет реализации его разнесения по пространству изображения, аналогично тому, как это производится с сигналами в системах передачи информации. Под разнесением понимается то, что каждый бит ЦВЗ отображается в несколько бит внедряемого сообщения. При этом целесообразно выполнять отображение таким образом, чтобы группы бит сообщения, соответствующие разным битам ЦВЗ, не пересекались. Конкретное разбиение области изображения на группы может выбираться из некоторого множества допустимых разбиений по ключу. Здесь имеется аналогия с применяемым в связи методом перемежения символов.

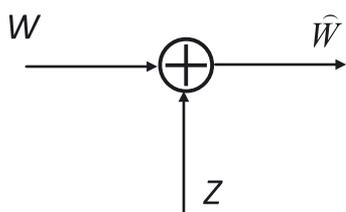
Разнесение может быть выполнено за счет применения помехоустойчивых кодов, сигналов

с расширенным спектром или комбинации этих методов.

Модель стегаканала с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ), используемая многими авторами [2], представлена на *рисунке 1*, а его пропускная способность равна

$$C = 0.5 \left( 1 + \log_2 \left( \frac{\sigma_w^2}{\sigma_z^2} \right) \right),$$

где  $\sigma_w^2$  – энергия сигнала;  
 $\sigma_z^2$  – энергия помехи.



**Рис. 1.** Блок-диаграмма стегаканала АБГШ

Воздействие канала с АБГШ состоит в том, что шум независимо воздействует на каждый переданный символ. Такой канал называется каналом без памяти.

Рассмотрим теперь принципы борьбы с помехами, в основе которых лежит применение сигналов с расширенным спектром (шумоподобные сигналы).

Пусть  $c[n]$  – псевдослучайная последовательность длины  $N$ . Каждый внедряемый в изображение бит  $b \in \{-1, 1\}$  модулируется этой последовательностью, в результате чего получается фрагмент ЦВЗ:

$$w[n] = \sqrt{E/N} b c[n], \quad (1)$$

где  $E$  – энергия внедряемого сообщения.

ЦВЗ складывается с исходным изображением, в результате чего получается стегоконтентер:

$$X_w = X_0 + W. \quad (2)$$

Декодер синхронизирован с кодером и знает ключ. Он генерирует ту же псевдослучайную последовательность и для извлечения каждого бита ЦВЗ вычисляет коэффициент корреляции

$$\rho = \sum_{n=0}^{N-1} \sqrt{E/N} c[n] x_w[n]. \quad (3)$$

Далее этот коэффициент сравнивается с некоторым порогом, и если он превышает его, то выносится решение о том, что  $b=1$ . В противном случае  $b=-1$ .

Применение широкополосных сигналов позволяет в  $N$  раз увеличить отношение ЦВЗ/шум на выходе декодера в предположении о том, что помехой является АБГШ.

Методы помехоустойчивого кодирования находят широкое применение в системах переда-

чи данных. В ряде работ рассмотрено их использование в стегосистемах для обеспечения помехоустойчивости внедрения ЦВЗ.

Однако, в ряде случаев, применение кодов может быть не столь эффективным, а в ряде случаев привести даже к проигрышу.

Известно, что в зависимости от степени согласованности кода и модели ошибок канала зависит, в случае исправления ошибок, очень многое. Пусть двоичный код исправляет одну ошибку (один искаженный двоичный символ), как коды Хэмминга, или две ошибки, в общем случае  $t$  ошибок. Если при использовании кода Хэмминга кодовая комбинация искажена в двух (или трех) битах, то в результате декодирования произойдет неверное исправление ошибки, и искаженная кодовая комбинация поступит потребителю. Это будет происходить так часто, как часто будет происходить искажение в канале кодовой комбинацией с двумя (тремя, четырьмя) искаженными битами. Контролировать же возникновение ложного исправления ошибок, возникших в канале, средствами самого двоичного кода, как правило, невозможно. Если же в реальном канале наблюдается так называемое «группирование ошибок» (как например, в стегаканале), то сам смысл применения таких кодов вызывает сомнение.

Итак, трудности с применением помехоустойчивых кодов для повышения помехоустойчивости ЦВЗ связаны прежде всего с зависимостью эффективности их применения от модели канала. Зачастую применение кодов может приводить к проигрышу. Использование сигналов с расширенным спектром представляется более робастным, то есть менее зависимым от характеристик канала.

### Анализ особенностей применения шумоподобных последовательностей для повышения помехоустойчивости ЦВЗ

Итак, суть методов повышения помехоустойчивости на основе ШПС состоит в увеличении базы сигнала, расширении его спектра на передаче. Энергия помехи также «размазывается» по спектру. Приемник же выполняет сжатие спектра таким образом, что вся энергия сигнала оказывается сосредоточенной в узкой полосе, тогда как удельный вес помехи в ней оказывается незначительным. Применение таких систем позволяет достичь выигрыша в отношении сигнал/шум в  $N$  раз, где  $N$  – коэффициент расширения спектра.

В качестве показателя эффективности применения ШПС в стегосистемах с ЦВЗ более удобно

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

использовать не выигрыш в отношении сигнал/шум, а средний коэффициент ошибки в детектированном ЦВЗ.

Дело в том, что показатель среднего коэффициента ошибки удачно объединяет два важных качества, которыми должна обладать стегосистема ЦВЗ: безопасность и помехоустойчивость. Если связь коэффициента ошибки с помехоустойчивостью понятна и не требует комментариев, то его связь с безопасностью представляется менее прозрачной. Поясним суть дела на примере. Безопасность стегосистемы ЦВЗ определяется ее стойкостью к противодействию нарушителя. Предположим, что нарушитель знает метод внедрения ЦВЗ, не знает ключа, и у него нет лучшей стратегии, чем случайное опробывание различных вариантов ЦВЗ. Тогда стойкость стегосистемы будет определяться вероятностью случайной подделки, причем как правило, у нарушителя имеется одна попытка.

Пусть в изображение внедряется ЦВЗ размером 100 бит. Вероятность его случайной подделки нарушителем –  $2^{-100}$  или  $7.9 \cdot 10^{-31}$ . Пусть теперь ЦВЗ декодирован с коэффициентом ошибки, скажем  $10^{-1}$ . То есть в последовательности имеется 10 ошибок. Рассчитаем вероятность случайной подделки нарушителем последовательности, в которой 10 и менее ошибок. Ее можно найти из следующего выражения:

$$2^{-100} * \sum_{i=0}^{10} \frac{100!}{(100-i)!i!}.$$

Расчет показывает, что эта вероятность примерно равна  $2^{-56}$ . Таким образом, если считать допустимым принятие ЦВЗ с 10 ошибками, то стойкость в данном случае (а значит и безопасность) существенно снижается, хотя и остается высокой. Фактически, если считать допустимым коэффициент ошибок  $10^{-1}$  в декодированном ЦВЗ, то «эффективная» длина ЦВЗ уменьшается со 100 бит до 56, то есть почти в два раза по сравнению с безошибочным приемом.

Вот почему показатель коэффициента ошибок в декодированном ЦВЗ напрямую связан с безопасностью стегосистемы ЦВЗ. Тогда критерием эффективности того или иного метода будет минимум этого показателя.

Извлечение ЦВЗ выполняется методами согласованной фильтрации (корреляционный приемник). Для уменьшения влияния шума изображения применяется ВЧ-фильтр. Если схема восстановления ЦВЗ не «слепая», то есть у декодера имеется исходное изображение, то вместо фильтрации может выполняться вычитание исходного изображения из стего.

Для извлечения ЦВЗ используется тот же псевдошумовой сигнал, что и при внедрении.

Обозначим последовательность бит ЦВЗ, как

$$w_j, \quad w_j \in \{-1, 1\}. \quad (4)$$

Этот дискретный сигнал «расширяется» в  $N$  раз, в результате чего получается последовательность

$$b_i = w_j, \quad jN \leq i < (j+1)N. \quad (5)$$

Далее эта последовательность может быть умножена на адаптивно выбираемые множители  $\alpha$ , после чего модулируется псевдошумовой последовательностью

$$c_i, \quad c_i \in \{-1, 1\}, \quad (6)$$

назначением которой является расширение спектра ЦВЗ. Модулированный сигнал, или ЦВЗ, складывается с сигналом изображения

$$x_i = x_j + \alpha_i b_i c_i. \quad (7)$$

В силу псевдошумовой природы сигнала  $c_i$ , ЦВЗ также является псевдошумовым и его трудно обнаружить, как визуальными, так и статистическими методами. Существует бесконечно много псевдошумовых последовательностей  $c_i$ . Примером могут послужить  $M$ -последовательности, порождаемые на выходе линейного регистра сдвига с обратными связями. Возможно применение и недвоичных, например, гауссовских последовательностей. Перспективным представляется также применение  $M$ -ичных последовательностей.

Общим требованием к последовательностям является требование ортогональности. За счет него к изображению могут быть добавлено несколько ЦВЗ, каждый модулированный своей последовательностью. Извлечение каждого из ЦВЗ будет выполняться независимо от другого и в произвольном порядке. Масштабирующий множитель  $\alpha_i$  находится в зависимости от локальных свойств изображения. При его выборе должны учитываться свойства системы человеческого зрения.

Демодуляция ЦВЗ выполняется корреляционным приемником, в котором пиксели стегоизображения умножаются на ту же ШПС, что и в кодере, и далее результат суммируется по всем отсчетам, содержащим ЦВЗ:

$$s_j = \sum_{i=L}^{(j+1)L-1} p_i y_i = \underbrace{\sum_{i=L}^{(j+1)L-1} p_i x_i}_{\Sigma_1} + \underbrace{\sum_{i=L}^{(j+1)L-1} p_i p_i \alpha_i b_i}_{\Sigma_2}. \quad (8)$$

Здесь суммы  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  отражают вклад в корреляционную сумму фильтрованного изображения и фильтрованного ЦВЗ, соответственно. Предположим, что  $\Sigma_1$  равна нулю, то есть изображение полностью отфильтровано ВЧ фильтром, а  $p_i \alpha_i b_i \approx p_i \alpha_i b_i$ , то есть фильтрация не повлияла на ЦВЗ. Тогда корреляционная сумма будет равна

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

$$s_j \approx \sum_{i=L}^{(j+1)L-1} c_i^2 \alpha_i b_i = a_i \sigma_c^2 L \text{mean}(\alpha_i), \quad (9)$$

где  $\sigma_c^2$  – дисперсия псевдослучайной последовательности.

Знак корреляционной суммы есть внедренный бит информации  $\alpha_i$ , так что информация извлекается без потерь.

Недостатком  $M$ -последовательности и многих других псевдослучайных последовательностей является то, что они неортогональны.

Недостатком внедрения ЦВЗ на основе ортогональных сигналов является их низкая секретность. В самом деле, множество популярных ортогональных систем сигналов не столь велико, и даже частичное знание ключа внедрения может помочь противнику скомпрометировать применение стегосистемы.

Итак, имеется противоречие между высокой робастностью внедрения ЦВЗ на основе ортогональных сигналов и их низкой секретностью. Для разрешения этого противоречия предлагается метод формирования по ключу семейства ортогональных последовательностей.

### Метод внедрения ЦВЗ на основе стохастических ортогональных последовательностей

*Метод формирования стохастических ортогональных последовательностей*

Основная идея разработанного метода заключается в том, чтобы формировать ортогональные последовательности из псевдослучайных. Для этого может быть использована известная из линейной алгебры процедура ортогонализации векторов Грама-Шмидта. Суть ее заключается в следующем [3].

Пусть имеется  $N$  векторов  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_N$ . Из этих векторов можно получить ортонормальное множество следующим образом.

Шаг 1. Положим  $\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{v}_1}{\|\mathbf{v}_1\|}$ , то есть  $\|\mathbf{e}_1\| = 1$ .

Шаг 2. Положим  $\mathbf{e}_2' = \mathbf{v}_2 - (\mathbf{v}_2 \mathbf{e}_1) \mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{e}_2'}{\|\mathbf{e}_2'\|}$ .

Легко показать, что векторы  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  ортогональны.

Шаг 3. Повторим шаг 2 для получения вектора  $\mathbf{e}_3' = \mathbf{v}_3 - (\mathbf{v}_3 \mathbf{e}_1) \mathbf{e}_1 - (\mathbf{v}_3 \mathbf{e}_2) \mathbf{e}_2$  и т.д. В конце получим множество ортогональных векторов.

Псевдослучайные же последовательности формируются криптографически безопасным программным датчиком случайных чисел.

В первом приближении метод формирования выглядит следующим образом:

Шаг 1. Генерация псевдослучайной последовательности длиной  $NL$ , где  $N$  – коэффициент расширения,  $L$  – число бит в ЦВЗ.

Шаг 2. Разбиение этой последовательности на  $L$  векторов длиной  $N$ .

Шаг 3. Ортогонализация векторов путем применения процедуры Грама-Шмидта.

Шаг 4. Использовать полученные ортогональные векторы для внедрения ЦВЗ.

Здесь надо отметить, что число полученных векторов базиса  $N$ -мерного пространства. То есть используются только те векторы, на которые осуществляется проектирование изображения. Ключом в данном методе будет начальное заполнение программного датчика псевдослучайной последовательности. Для обеспечения секретности объем начального заполнения (ключевой информации) должен быть достаточно велик, например, 64 бита, а датчик псевдослучайной последовательности удовлетворять определенным криптографическим требованиям.

Одним из недостатков рассмотренного метода формирования является то, что полученные ортогональные векторы имеют приближенно равномерный спектр, тогда как известно, что для робастного внедрения сигнал ЦВЗ должен быть низкочастотным [2]. Поэтому перед выполнением ортогонализации можно использовать низкочастотную фильтрацию. После ортогонализации целесообразно выполнить нормирование векторов, в результате чего получается ортонормированный базис.

Далее рассмотрим два возможных метода внедрения ЦВЗ на основе полученных ортонормированных последовательностей.

*Внедрение ЦВЗ в коэффициенты разложения изображения по сгенерированному ортонормированному базису*

При данном подходе сгенерированные векторы рассматриваются как часть базиса, по которому раскладывается изображение, и внедрение производится в коэффициенты преобразования. То есть внедрение ЦВЗ осуществляется в спектральной области, причем ядро спектрального преобразования является секретным. Для простоты будем считать изображение квадратным. При помощи рассмотренного ранее метода формирования стохастических ортогональных последовательностей генерируется  $J$  векторов  $f_i$ ,  $i=1, \dots, J$ , где  $J$  равно длине изображения. Длина векторов также равна  $J$ . Сгенерированные векторы объединяются в матрицу, размер которой равен размеру изображения.

Коэффициенты проекции изображения  $X$  на

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

векторы  $f_i, i=1, \dots, J$  находятся из выражения

$$C = \langle F, X \rangle = \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J f_{ij} x_{ij}.$$

Так как сгенерированный стохастический базис является ортогональным, то исходное изображение может быть записано в виде суммы

$$X = \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J c_{ij} f_{ij}. \quad (10)$$

Внедрение ЦВЗ осуществляется за счет модификации коэффициентов  $c_{ij}$ . Модификацию предлагается выполнять в соответствии с выражением

$$c'_{ij} = (1 + \alpha w_i) c_{ij}, \quad (11)$$

где  $\alpha$  – коэффициент масштабирования ЦВЗ.

Тогда заполненный контейнер будет записан в виде

$$Y = \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J c'_{ij} f_{ij}. \quad (12)$$

Искаженный в процессе передачи по каналу контейнер

$$\hat{Y} = \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J \hat{c}'_{ij} f_{ij}. \quad (13)$$

Для обнаружения ЦВЗ в детекторе необходимо вычислить взаимную корреляцию разности  $c'' - c$  и  $c' - c$ :

$$\rho = \frac{(c'' - c)(c' - c)}{\|c'' - c\| \|c' - c\|}. \quad (14)$$

Это значение сравнивается с некоторым порогом.

Недостатком такого построения декодера является необходимость наличия у него исходного изображения, что, как правило, нереализуемо на практике. Существует возможность построения декодера, не требующего наличия исходного изображения в декодере.

Кроме того, линейное отображение ЦВЗ на пиксели изображения (то есть прибавление/вычитание единицы) тоже снижает секретность внедрения. Если противнику ЦВЗ известен, то он сможет найти такую модификацию исходного изображения, которая наименее коррелирована с ЦВЗ. Поэтому, желательно, чтобы такую корреляцию установить было затруднительно. Выходом представляется применение какого-либо нелинейного отображения отсчетов сигнала в биты ЦВЗ, например, по таблице замены, включающей в себя значения интервалов, соответствующих +1 и -1. Так как в большие по величине отсчеты будет внедряться ЦВЗ с большей энергией, то величина интервала должна увеличиваться с увеличением амплитуды коэф-

фициентов. Естественным представляется выбор границ интервалов в соответствии с выражением

$$x_{i+1} = \frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} x_i, \quad x_0 = 1.$$

Таким образом, для каждого числа  $t$  можно определить его индекс, зависящий от того, в какой интервал он попал. Этот индекс изменится только в том случае, если к числу  $t$  прибавить/отнять число, превосходящее значение  $\alpha t$ .

Декодер будет вычислять значение

$$\sum_{i=1}^J w_i \text{ind}(c''_{ij}) - T,$$

где  $\text{ind}(c''_{ij}) = \pm 1$  – индекс коэффициента в таблице;  $T$  – порог принятия решения.

Итак, полный метод внедрения выглядит следующим образом:

Шаг 1. Генерация  $J$  псевдослучайных векторов на основе секретного ключа.

Шаг 2. Применение к этим векторам низкочастотной фильтрации.

Шаг 3. Ортогонализация полученных векторов с использованием процедуры Грама-Шмидта.

Шаг 4. Нормирование полученных векторов.

Шаг 5. Объединение векторов в матрицу, размеры которой равны размеру изображения.

Шаг 6. Вычисление спектрального преобразования изображения по вычисленному секретному ядру, заключающееся в умножении матрицы изображения и матрицы ортонормированных векторов.

Шаг 7. Выбор весового множителя  $\alpha$ .

Шаг 8. Нелинейное преобразование ЦВЗ, как указано выше.

Шаг 9. Внедрение ЦВЗ в спектральный образ изображения по указанной выше формуле.

Шаг 10. Выполнение обратного спектрального преобразования, заключающееся в умножении матрицы спектра изображения и матрицы ортонормированных векторов. В результате получается защищенное изображение.

Метод извлечения ЦВЗ для этого случая может быть описан следующим образом.

Шаги 1-5 полностью аналогичны шагам 1-5 метода внедрения.

Шаг 6. Вычисление спектрального преобразования принятого защищенного изображения по вычисленному секретному ядру, заключающееся в умножении матрицы изображения и матрицы ортонормированных векторов.

Шаг 7. Выбор порога принятия решения  $T$ .

Шаг 8. Вычисление значений  $\sum_{i=1}^J w_i \text{ind}(c'_j) - T$ ,

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

в зависимости от знака которого принимается решение о принятом бите ЦВЗ.

Как видно из приведенных выше описаний методов внедрения и извлечения ЦВЗ, неясным остается вопрос выбора весового коэффициента  $\alpha$  в кодере и порога принятия решения  $T$ . Этот вопрос рассмотрен в четвертой главе при описании экспериментов. Значения выбраны на основании экспериментов.

*Оценка вычислительной сложности метода.*

Очевидно, что наибольший вклад в вычислительную стоимость вносит декомпозиция изображения по рассчитанному секретному базису и обратный синтез. Перемножение двух матриц размером  $N \times N$  требует примерно  $N^4$  умножений. Стоимость остальных операций можно не учитывать. Таким образом, для реализации предложенного метода для защиты изображения размером  $512 \times 512$  требуется  $7 \cdot 10^9$  операций умножения. Таким образом, без принятия специальных мер метод в реальном масштабе времени можно применять лишь для небольших по размеру изображений. Под специальными мерами понимается, например, параллельная организация вычислений либо использование матричных вычислителей.

*Метод внедрения ЦВЗ за счет модуляции битов ЦВЗ векторами сгенерированного ортонормированного базиса*

Данный метод может работать как в пространственной, так и в спектральной области. Представляется, что более эффективным является его использование в спектральной области. Причина заключается в том, что в этой области легко выделить те отсчеты сигнала, модификация которых не приведет к заметным искажениям, но вместе с тем, внедрение будет робастным.

Предлагаемый метод внедрения строится следующим образом. Вначале исходное изображение подвергается спектральному преобразованию (в качестве которого может выступать дискретное косинусное преобразование или вейвлет-преобразование).

Далее в соответствии с числом бит во внедряемом сообщении и коэффициентом расширения выбирается подмножество среднечастотных коэффициентов, которые будут модифицироваться. Число коэффициентов = (число бит ЦВЗ) \* (коэффициент расширения).

На основе секретного ключа генерируется псевдослучайная последовательность, из нее получают векторы, которые подвергаются процедуре ортогонализации и нормализации, как это описано ранее.

Можно было бы умножать вектор ЦВЗ на ор-

тогональную стохастическую матрицу. Однако, это приведет к тому, что модулированная ЦВЗ будет вещественной и внедрение ее будет затруднено. (Хотя и такие ЦВЗ применяются). Поэтому предлагается квантовать ортогональную матрицу. Из нее вычитается среднее значение, и большие нуля по величине элементы считаются равными 1, меньшие – минус 1. Конечно, при этом ортогональности уже не будет, однако взаимнокорреляционные свойства полученных сигналов остаются хорошими.

Векторы объединяются в матрицу, на каждую строку которой производится умножение вектора ЦВЗ.

Полученное модулированное значение ЦВЗ складывается с выбранными спектральными коэффициентами изображения, аналогично тому, как это выполнялось в предыдущем методе, в результате чего получается заполненный контейнер.

Для извлечения ЦВЗ декодер вычисляет коэффициент корреляции каждой строки заполненного контейнера и ортонормальных векторов:

$$\rho = \frac{1}{M} \sum_i \tilde{Y}_i w_i, \quad (15)$$

где  $\tilde{Y}_i$  – возможно измененная в процессе передачи строка принятого изображения;  $w_i$  – строка модулированного ЦВЗ.

Если коэффициент корреляции превышает порог, выносится решение о том, что бит ЦВЗ равен 1. В противном случае он равен -1. Порог целесообразно выбрать равным

$$T = \frac{\alpha}{2M} \sum_i |\tilde{Y}_i|.$$

Итак, метод внедрения можно представить в целом следующим образом.

Шаг 1-5 аналогичны шагам 1-5 из предыдущего метода, за тем исключением, что размер матрицы ортонормированных векторов равен числу бит ЦВЗ, умноженному на коэффициент расширения. Одно из измерений матрицы означает длину векторов, другое – их количество.

Шаг 6. ЦВЗ умножается на полученную матрицу.

Шаг 7. Исходное изображение подвергается спектральному преобразованию (ДКП или вейвлет-преобразование).

Шаг 8. Выбирается требуемое количество коэффициентов преобразования.

Шаг 9. Эти коэффициенты модифицируются на основе матрицы модулированного ЦВЗ.

Шаг 10. Выполняется обратное спектральное преобразование, в результате чего получается защищенное изображение.

## ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Здесь необходимо сделать два замечания.

Во-первых, выбор коэффициентов на шаге 8 может быть осуществлен двумя способами. Первый способ заключается в том, что необходимое количество коэффициентов выбирается в заранее известных позициях. Недостатком этого способа является то, что мы не проверяем значения коэффициентов и можем выбрать слишком малый коэффициент. Второй способ заключается в выборе коэффициентов, находящихся между двумя значениями порога. Эти значения находятся адаптивно: значения порогов «раздвигаются» от некоторой заранее согласованной точки до тех пор, пока не будет найдено нужное количество коэффициентов. Недостатком этого способа является то, что декодер должен суметь повторить действия кодера, хотя он будет работать с уже измененным изображением. В принципе декодер может придерживаться такой стратегии: выбрать коэффициентов больше, чем нужно, а дальше искать требуемые, двигаясь по массиву коэффициентов. Вообще говоря, искажение, которое будет в этом случае иметь декодер можно рассматривать как помеху десинхронизации, с которой существуют отдельные методы борьбы.

Второе замечание заключается в том, что шаг 10 метода внедрения – необязательный. Исходное изображение может быть подвергнуто

сжатию с потерями, а в качестве одного из этапов метода сжатия выступает спектральное преобразование. Таким образом, разработанный метод хорошо интегрируется с методами сжатия.

Вычислительная сложность метода определяется длиной ЦВЗ и размерами изображения. Стоимость вычисления спектрального преобразования  $\sim N \log N$ , но ее можно и не учитывать, так как она включается в метод сжатия. Тогда сложность метода складывается из сложности вычисления ортонормированных векторов процедурой Грама-Шмидта (могут быть вычислены заранее) и стоимости умножения ЦВЗ на матрицу векторов (тоже может вычислено быть заранее).

Таким образом, данный метод практически не требует дополнительных вычислений при интеграции в методы сжатия, при условии, что ряд вычислений сделан заранее.

### Литература

1. Грибунин В.Г., Оков И.Н., Туринцев И.В. Цифровая стеганография. М.: Солон-Пресс, 2015. 262 с.
2. Cox I., Miller M., Bloom J., Fridrich J., Kalker T. Digital Watermarking and Steganography. – Morgan Kauffman, 2007. 2nd Ed. 592 p.
3. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Высшая школа, 1998. 320 с.



## ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

УДК 65.014

### МНОГОУРОВНЕВАЯ ОЦЕНКА ИННОВАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА НАУКОГРАДОВ

### MULTI-LEVEL ASSESSMENT OF THE INNOVATIVE CAPACITY OF SCIENCE CITIES

**Николай Михайлович Емелин**

заслуженный деятель науки и техники РФ  
доктор технических наук, профессор  
заместитель директора ФГБНУ «Госметодцентр»  
по научной работе  
Адрес: 115998, Москва, ул. Люсиновская, д. 51  
Тел.: +7(499)706-81-24

**Василий Олегович Мелихов**

кандидат технических наук, доцент  
заместитель начальника отдела  
ФГБНУ «Госметодцентр»  
Адрес: 117997, Москва, ул. Люсиновская, д. 51  
Тел.: +7(499)706-81-25

#### Аннотация

Систематизированы данные по инновационной активности наукоградов. Проведено многоуровневое укрупнение показателей при формировании обобщающей оценки инновационной деятельности. Изложен многошаговый подход к оценке деятельности наукоградов.

**Ключевые слова:** наукограды, инновационный потенциал, методы оценки, агрегирование.

#### Summary

Data on innovation activity of science cities are systematized. A multi-level consolidation of indicators in the formation of summative evaluation of innovation activity is carried out. The article presents a multi-step approach to the assessment of science cities activity.

**Key words:** science cities, innovative capacity, evaluation methods, aggregation.

Значимая роль наукоградов, предприятия и организации которых тесно интегрированы многочисленными связями в деятельность базовых и высокотехнологичных отраслей отечественной и мировой экономики, делает государство непосредственно заинтересованным в инновационном развитии научно-производственных комплексов (НПК) этих муниципальных объединений [1]. Показательными в этом плане видятся усилия государства, направленные на стимулирование инновационной активности НПК наукоградов за счет расширения сферы их инновационной деятельности и коммерциализации научных исследований.

Для реализации задач, связанных с развитием инновационного потенциала наукоградов, необходимо построение соответствующих инструментов управления, опирающихся на единый системный подход и обеспечивающих формирование управляющих решений, исходя

из данных мониторинга, накопление которых происходит в ходе регулярной инвентаризации и оценки уровня развития инновационного потенциала. Единство системного подхода для всех наукоградов обеспечивается за счет требований, налагаемых на архитектуру инструментов оценки инновационного потенциала, и прежде всего созданием единого информационного поля. В этом смысле источником подобной, одинаково структурированной для всех наукоградов информацией могут считаться данные, содержащиеся в утвержденных государственных статистических формах: 2-наука («Сведения о выполнении научных исследований и разработок»), ВПО-1 («Сведения об образовательном учреждении, реализующем программы высшего профессионального образования»), 1-предприятие («Основные сведения о деятельности организации»), 4-инновация («Сведения об инновационной деятельности организации») и других.

## ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

Изначальная сложность такого объекта как НПК заставляет проводить оценку внутреннего потенциала в соответствии с принципами бенчмаркинга [2] путем сравнения элементов внутреннего потенциала одного наукограда с соответствующими элементами потенциала лидера или с лучшими показателями, достигнутыми по совокупности (в определенной сфере деятельности, на рынке и т.д.). При этом большое функционально-тематическое разнообразие наукоградов делает необходимым осуществлять их сравнение по показателям, характеризующим инновационный потенциал, отдельно для отобранных (референтных) групп.

В процедуре бенчмаркинга на первом этапе осуществляется построение ранжированного списка объектов, с тем, чтобы на втором этапе о качествах объектов можно было бы судить по их месту в упорядоченной последовательности. Если в ходе сравнения оказывается, что в какой-либо сфере объект располагает большими возможностями, чем его конкурент, это считается его сильной стороной, если меньшими – то слабой.

Любые инновационные изменения, связанные с совершенствованием технико-технологического уровня производства НПК, с освоением принципиально новой продукции, с изменением направления исследований, производства или бизнеса и т.д. должны проявляться при определении оценки инновационного потенциала.

Оценка инновационного потенциала не может сводиться к какому-либо одному абсолютному показателю, а должна быть обобщающей, т.е. основываться на сводном обобщающем сопоставлении всего комплекса показателей, влияющих на изменение инновационного потенциала.

Обобщающая оценка инновационного потенциала является комплексной и многоуровневой. Содержательно в составе обобщающей оценки об инновационной деятельности принято выделять 5 (относительно обособленных) блоков показателей [3, 4]: продуктовых, функциональных, ресурсных, управленческих и организационных (рисунки 1).

Понятно, что перечень приведенных показателей является достаточно приближенным и на практике может изменяться или дополняться в зависимости от целей оценки, наличия необходимой информации.

Для оценки результативности деятельности наукоградов можно использовать наиболее простое (одношаговое) её формирование с помощью подхода, основанного на сопоставлении показателей «затрат» и возникающего при этом «эффекта» [5]. Например, если «Эффект» за соответ-

ствующий год представляет показатель «Объем отгруженной инновационной продукции», а «Затраты» связаны с «Численностью исследователей» и с «Балансовой стоимостью оборудования на конец года», то о соотношении «Затрат-эффекта» можно судить по изменению величины

$$\frac{\text{Объем отгруженной инновационной продукции}}{\text{Численность исследователей} \cdot \text{Балансовая стоимость оборудования}}$$

Это соотношение представляется в виде упорядоченной по возрастанию последовательности значений, линейно или пропорционально ранжированных показателей. Вместе с тем, полученные таким образом оценки результативности наукоградов не слишком точны, т.к. оказываются чрезвычайно чувствительны к возможным изменениям численности исследователей на конец года, не учитывают фактический срок оборудования и т.д.

Для более точной оценки инновационной деятельности наукоградов целесообразно использование многошагового подхода [6], поэтапно сравнивающего НПК наукоградов на основе множества показателей, разбитых на блоки и отражающие определенные содержательные аспекты развития инновационной деятельности НПК. Применительно к рассматриваемой задаче за основу формирования обобщенной оценки инновационного потенциала наукоградов по данным мониторинга за  $N=3$  года бралось дерево агрегирования (рисунки 2), отражающее содержательные аспекты инновационной деятельности по блокам.

В соответствии с представленной структурой каждая ветвь дерева отражает в обобщенной оценке один из факторов инновационной деятельности НПК наукоградов. Проведение ранжирования осуществляется путем последовательного укрупнения (агрегирования) информации о рангах исследуемых объектов по показателям предшествующего уровня иерархии дерева.

Результаты инновационной деятельности НПК наукоградов за 3 года представлены в таблице 1 [7].

Дополнительным преимуществом применения данного подхода является то, что результаты ранжирования, определяющие места, которое занимают объекты рассматриваемой группы, позволяют:

- дать сравнительную оценку развития инновационной деятельности по блокам, а также по первичным или агрегированным показателям;
- оценить значимость каждого исследуемого объекта по сравнению с другими объектами такого же уровня на каждом уровне дерева по выбранному показателю.

# ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

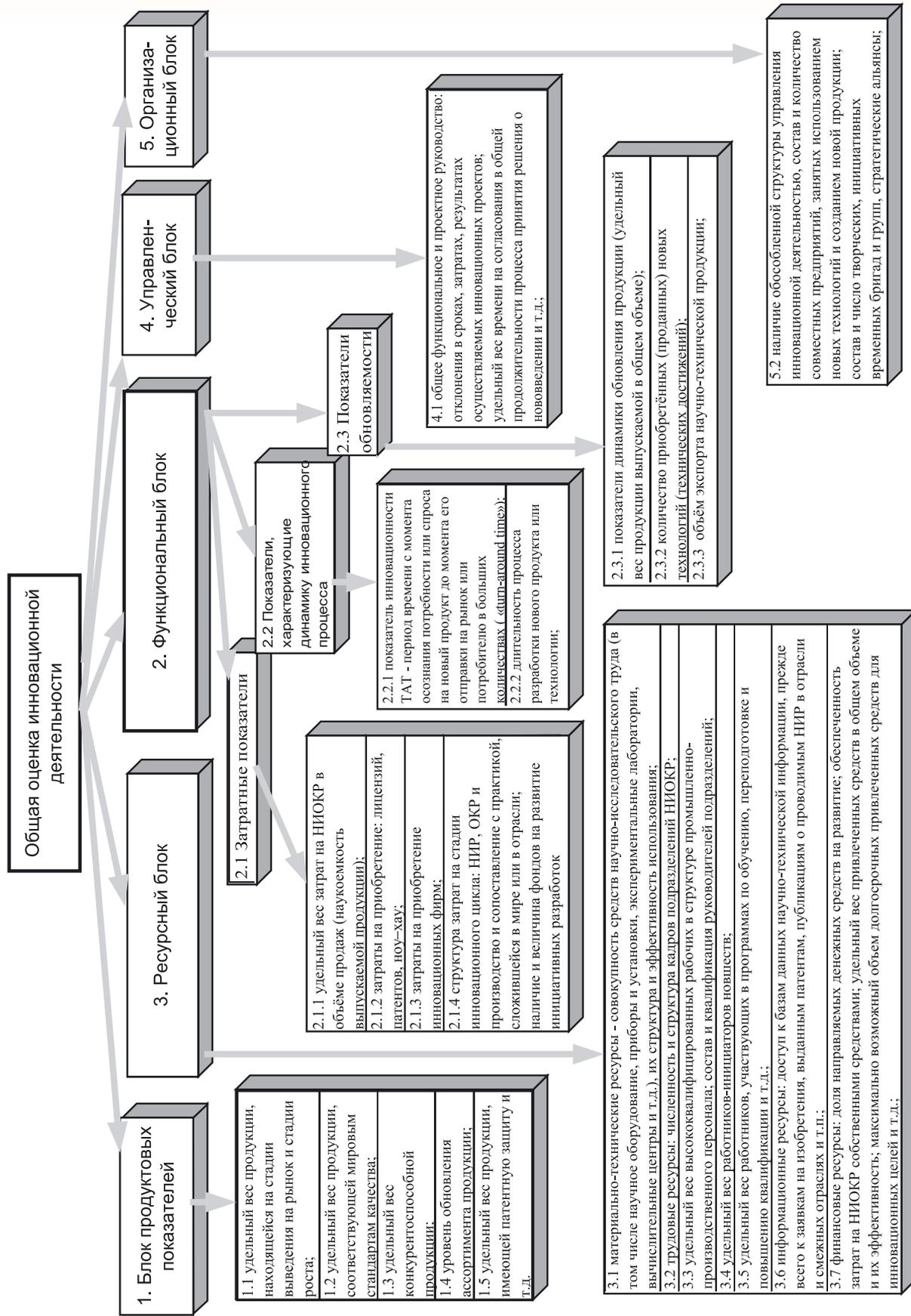


Рис. 1. Многоуровневое укрупнение показателей при формировании обобщающей оценки инновационной деятельности

# ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

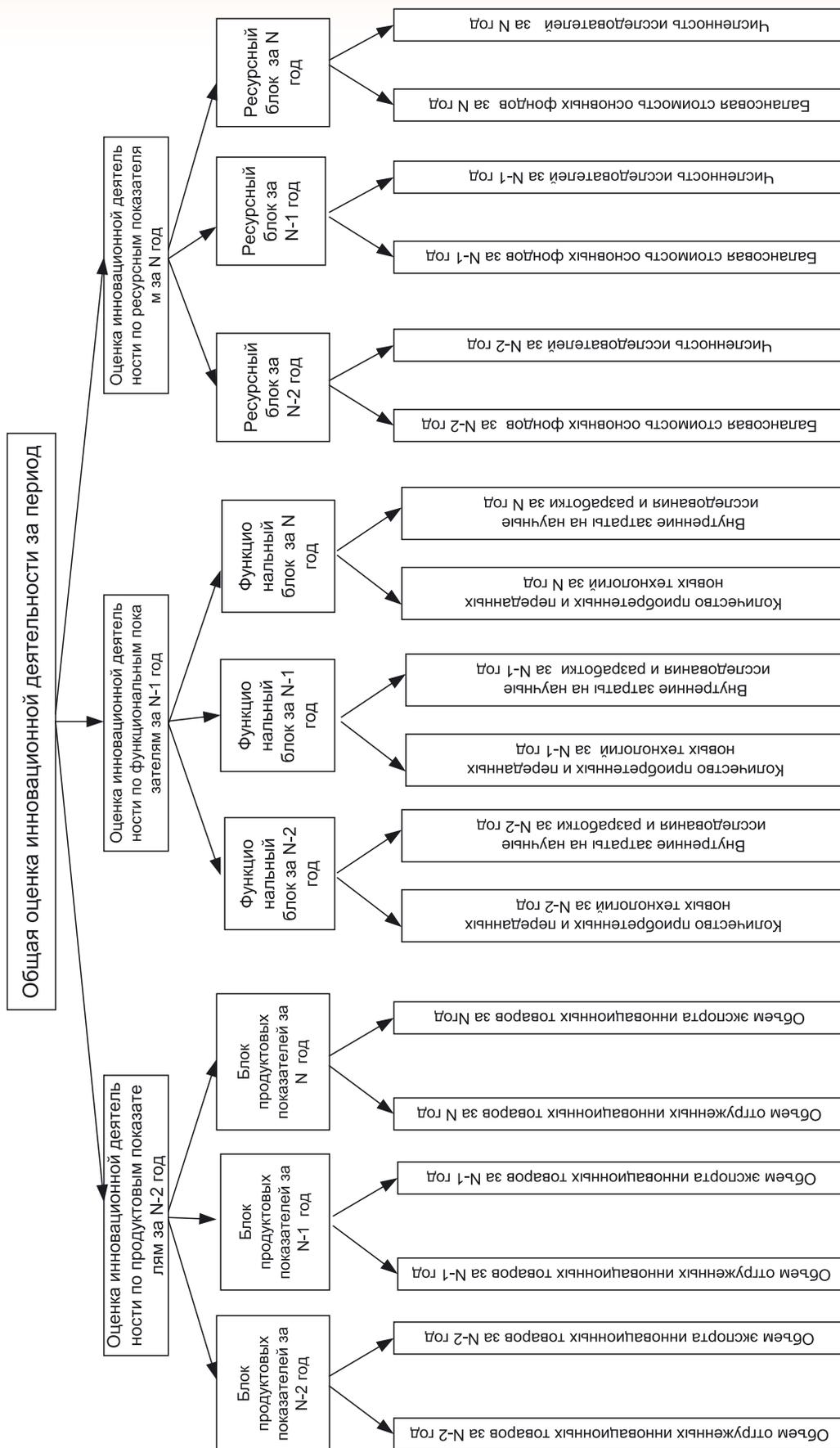


Рис. 2. Дерево многоуровневой свертки для формирования обобщенной оценки инновационной деятельности наукоградов

## ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

Таблица 1

Итоговая оценка инновационной деятельности НПК

Наукоград	2011 г.	2012 г.	2013 г.	Итоговое место
Королёв	1	1	1	1
Жуковский	3	2	2	2
Обнинск	2	3	4	3
Дубна	5	5	3	4
Реутов	4	4	6	5
Фрязино	8	6	5	6
Черноголовка	6	8	7	7
Пущино	7	7	9	8
Бийск	9	9	8	9
Троицк	10	12	10	10
Протвино	12	10	11	11
Мичуринск	11	11	12	12
Кольцово	13	13	13	13

### Литература

1. Федеральный закон от 7 апреля 1999 г. №70-ФЗ «О статусе наукограда Российской Федерации».
2. Данилов И.П., Данилова Т.В. Бенчмаркинг как основа создания конкурентоспособного предприятия. М: Стандарты и качество, 2005. 72 с.
3. Руководство Осло. Рекомендации по сбору и анализу данных по инновациям. Третье издание. М.: 2010. 168 с.
4. Емелин Н.М., Володина Е.Д., Голодкова О.В. Систематизация инноваций в образовательной деятельности // Известия Института инженерной физики, 2014. №1(31). С. 86-88.
5. Емелин Н.М. Экономические модели надежности информационно-управляющих систем. М: МО РФ, 2002. 130 с.
6. Мелихов В.О. Модели, методы и средства выделения научных приоритетов. М: Компания Спутник+, 2006. 222 с.
7. Научно-методическое и информационно-аналитическое обеспечение мониторинга результатов деятельности научно-производственного комплекса наукоградов Российской Федерации и оценки программ инновационного развития для подтверждения (получения) статуса наукограда // Отчет о НИР ФГБНУ «Госметодцентр», рук. Мелихов В.О. М.: 2014. 138 с.

**ИССЛЕДОВАНИЯ  
ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ  
СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ  
В ИНСТИТУТЕ ИНЖЕНЕРНОЙ ФИЗИКИ**

Известно, что ведущую роль в обеспечении высокого уровня надежности и качества передачи информации цифрового формата играют методы помехоустойчивого кодирования данных.

Главная проблема, которая решалась и решается в теории и технике помехоустойчивого кодирования данных, – это разработка методов и подходов максимально простого и эффективно декодирования кодов в любых условиях помеховой обстановки, включая и воздействие помех, вызывающих пакетирование ошибок.

Период эффективной реализации каскадных методов кодирования данных успешно завершается внедрением в технику передачи сверточных кодов и кодов Рида-Соломона. Однако их энергетические характеристики оставались еще весьма далекими от теоретического предела К. Шеннона.

Появление в 1993 году турбо-кодов показало, что приближение к пределу К. Шеннона в гауссовских каналах вполне реальная задача, однако также коды не решают задачу борьбы с пакетами ошибок.

Эффективное решение проблемы сложности декодирования и одновременной реализации высоких энергетических характеристик систем кодирования на базе многопороговых декодеров предложено доктором технических наук В.В. Золотаревым. Однако при этом установлено, что для многих каналов передачи существуют такие конфигурации ошибок в принятой кодовой последовательности, которые не будут исправлены при любом числе итераций в многопороговом декодере, но которые исправляются оптимальным декодером, реализующим принцип максимального правдоподобия.

Очевидно, что повышение помехоустойчивости систем передачи данных возможно при ис-

пользовании турбо-подобных двоичных и недвоичных кодов.

В настоящее время в МОУ «ИИФ» производятся исследования по разработке платформ помехоустойчивого кодирования данных для радиоканалов различного назначения, в том числе и каналов, характеризующихся пакетированием ошибок. При этом получены следующие научные результаты:

- разработан метод алгебраического синтеза в недвоичном поле Галуа эквидистантных недвоичных помехоустойчивых кодов, который позволяет генерировать недвоичные коды с различной длиной, определяющей корректирующие возможности кода;

- в системе объектно-ориентированного программирования разработана имитационная модель оптимального недвоичного декодера, реализующая принцип максимального правдоподобия с распараллеливанием процедур декодирования (время декодирования уменьшается на два порядка);

- разработан метод мягкого итеративного декодирования двоичных композиционных кодов и имитационная модель декодера с оптимальным уровнем порога режекции преднамеренных помех, мощность которых превышает мощность полезного сигнала;

- в системе объектно-ориентированного программирования разработана имитационная модель каскадной платформы кодирования данных, использующая недвоичные эквидистантные и двоичные композиционные коды.

**В.В. Зеленецкий,**

доктор технических наук, профессор

**В.А. Прасолов,**

кандидат технических наук



## ДЕНЬ ИННОВАЦИЙ МИНИСТЕРСТВА ОБОРОНЫ

Третий раз подряд МОУ «ИИФ» принимал участие в Международной выставке «День инноваций МО РФ». Особенностью выставки 2015 года явилось то, что она проводилась одновременно в четырех военных округах. Выставки были организованы в Кубинке, Владивостоке, Екатеринбурге, Ростове-на-Дону с целью ускорения внедрения прорывных технологий военного и двойного назначения, инновационных разработок и технологий, а также обеспечения прямого диалога предприятий оборонно-промышленного комплекса, МО РФ, органов власти, науки и представителей деловых кругов. ИИФ представлял свои инновационные разработки на двух выставочных площадках: в Кубинке и Ростове-на-Дону.

На экспозиции в Кубинке об инновационных разработках ученых ИИФ командующему РВСН генерал-полковнику С.В. Каракаеву и начальнику Главного медицинского управления МО РФ, заслуженному врачу РФ, генерал-майору медицинской службы А.Я. Фисуну доложил Президент Института – Председатель правления Института заслуженный деятель науки РФ, доктор технических наук, профессор А.Н.Царьков. Институт представил перспективные разработки в области медицины – инновационные ле-



карственные препараты двойного назначения, а также охранные пассивные извещатели вибрационного типа серии «Траверс». Совместно с ЦНИИТОЧМАШ МОУ «ИИФ» представил экипировку водолазного и сухопутного снаряжения, оснащенную системами локального обогрева.

В Ростове-на-Дону ученые Института продемонстрировали разработки в области навигации, а также систем локального обогрева снаряжения и медицинского оборудования.

По итогам «Дня инноваций» МОУ «ИИФ» награжден специальным призом Дня инноваций (Кубинка), Кубком (Ростов-на-Дону), дипломами за лучшую разработку в области навигационно-геодезического обеспечения.

## НА ПЕРЕДНЕМ КРАЕ МЕДИЦИНСКИХ РАЗРАБОТОК

Результаты разработок биомедицинского назначения МОУ «ИИФ» по совокупности своих отличительных особенностей уникальны и не имеют аналогов в мире. Это еще раз было подтверждено в ходе работы ялтинской школы-конференции «Аллергология и клиническая иммунология» и признано ведущими специалистами страны в области иммунологии. На сегодняшний день в ИИФ создана уникальная лаборатория медико-биологических исследований для отработки технологий получения полифункциональных лекарственных препаратов, организации опытного производства и испытаний.

В рамках конференции ученые ИИФ провели симпозиум «Новые иммуномоделирующие препараты». Доклады были посвящены основным механизмам работы иммунной системы человека и методу ее коррекции. Задача состояла в том, чтобы представить коллегам метод управляемой модуляции иммунной системы. Ученые Института продемонстрировали разработанные ими уникальные препараты нового поколения иммуностропных лекарств. Эти препараты, не являясь антибиотиками, эффективны при лечении основных социально-значимых заболеваний и других заболеваний, сопровождающихся иммунными нарушениями.

Выступления и презентация препаратов ученых ИИФ вызвали огромный интерес и поддержку со стороны ведущих иммунологов страны.





## AUTHORS

**Alexey I. Alatorsev.** Cand.Tech.Sci., senior scientist. Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Alexandr N. Antonovich.** Postgraduate student. Moscow State university of information technologies, radioengineering and electronics. Moscow, Vernadskogo av., 74.

**Arnold K. Beryukov.** Dr.Sci.Tech., professor. Vladimir State University. Vladimir, Gor'kiy st., 87.

**Sergey A. Bekrenev.** Scientist. Institute of Engineering Physics. Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Boris F. Bezrodny.** Dr.Sci.Tech., professor. Design and design-technological bureau for railway automation and telemechanics. Moscow, Perevedenovskiy l., 13/13, 5.

**Andrey S. Butranov.** Scientist. Institute of Engineering Physics. Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Sergey S. Chaykov.** Cand.Tech.Sci. The Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Nikolay M. Emelin.** Honoured scientist of RSFSR, Dr.Sci. Tech., professor. Federal state scientific institution "Gosmetodcentr". Moscow, Lusinovskaya st., 51.

**Andrey N. Furov.** Cand.Tech.Sci. Lecturer. The Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Irina O. Glotova.** Student. Moscow state university of mechanical engineering (MAMI) Moscow, Bolshaya Semionovskaya st., 38.

**Vadim G. Gribunin.** Dr.Sci.Tech. Institute of Engineering Physics. Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Tatiana A. Isaeva.** Cand.Tech.Sci., associate professor. The Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Dmitriy D. Ivanov.** Scientist. Branch of the Military academy of the Strategic missile forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Sergey V. Kanushkin.** Cand.Tech.Sci., associate professor. Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Eugeniy O. Karpukhin.** Cand.Tech.Sci., associate professor. Moscow Aviation Institute (National Research University), senior scientist in Design Information Technologies Center of Russian Academy of Sciences. Moscow, Volokolamskoye h., 4.

**Alexey A. Korobkov.** Cand.Tech.Sci., associate professor. Senior scientist. Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Eugeniy N. Kosiakov.** Cand.Tech.Sci., associate professor. Military space Academy named of A.F. Mozhaisky. Saint-Petersburg, Zhdanovskaya st., 13.

**Maxim S. Kovaliov.** Applicant. Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Denis A. Koval'kov.** Cand.Tech.Sci., associate professor. Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Dmitriy A. Kozhuryakin.** Junior scientist. Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Dmitriy S. Kudriavtsev.** Scientist. Branch of the Military academy of the Strategic missile forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Nikolay S. Kukin.** Cand.Tech.Sci. Senior scientist. IPO "EPI". Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Oleg P. Kuznetsov.** Cand.Tech.Sci., associate professor. Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Dmitriy G. Lapin.** Postgraduate student. Moscow State university of information technologies, radioengineering and electronics. Moscow, Vernadskogo av., 74.

**Sergey A. Mayorov.** Scientist. Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Vasilii O. Melikhov.** Candidate of Tech.Sci., associate professor. Deputy head of department. Federal state scientific institution "Gosmetodcentr". Moscow, Lusinovskaya st., 51.

**Anna R. Muradova.** Student. Moscow state university of me-

chanical engineering (MAMI) Moscow, Bolshaya Semionovskaya st., 38.

**Ivan S. Ovchinnikov.** Postgraduate student. Moscow State university of information technologies, radioengineering and electronics. Moscow, Vernadskogo av., 74.

**Alexander A. Pavlov.** Dr.Sci.Tech., professor. Institute of IT development of education of Russian Academy of Education. Moscow, Pogodinskaya st., 8.

**Aleksey A. Petrushin.** Postgraduate student. Moscow State university of information technologies, radioengineering and electronics. Moscow, Vernadskogo av., 74.

**Mikhail Y. Popov.** Cand.Tech.Sci. Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Sergey V. Riabtsev.** Applicant. Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Sergey N. Riagin.** Doctor of pedagogical sciences. Deputy director on science The Institute of education management Russian Academy of education. Moscow, Pogodinskaya st., 8/2.

**Irena V. Robert.** Doctor of pedagogical sciences, academician of the Russian Academy of Education. Acting director. Institute of IT development of education of Russian Academy of Education. Moscow, Pogodinskaya st., 8.

**Nikolay V. Seleznev.** 16th Central research test institute of the Ministry of defence of the Russian Federation. Moscow reg., Mytishi, 1st Rupasovskiy l., b. 6.

**Yuriy L. Shikolenko.** Postgraduate student. Moscow State university of information technologies, radioengineering and electronics. Moscow, Vernadskogo av., 74.

**Evgeniy A. Shutochkin.** Postgraduate student. Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Pavel A. Semionov.** Candidate of physico-mathematical sciences. Senior scientist. State research center of Russian Federation institute for high energy physics. Moscow reg., Protvino, Ploshhad' Nauki, 1.

**Dmitriy V. Smirnov.** Dr.Sci.Tech., associate professor. General director – First Vice-President of Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Sergey V. Smurov.** Dr.Sci.Tech., professor. Deputy director general. General designer. Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Denis Y. Sorokin.** Scientist. Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Dmitriy A. Tokarev.** Deputy of department. Ministry of defence of the Russian Federation.

**Alexey N. Tzar'kov.** Honoured scientist of Russia, Dr.Sci. Tech., professor. President of Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Vladimir A. Tsimbal.** Honoured scientist of Russia, Dr.Sci. Tech., professor. Head scientist at Institute of Engineering Physics. Moscow reg., Serpukhov, Bolshoy Udar'nyy l., 1a.

**Toe Vay Tun.** Postgraduate student. Moscow Aviation Institute (National Research University). Moscow, Volokolamskoye h., 4.

**Dmitriy R. Utkin.** Adjunct. Military space Academy named of A.F. Mozhaisky. Saint-Petersburg, Zhdanovskaya st., 13.

**Alexander N. Vasiliev.** Doctor of physico-mathematical sciences, professor. Head of laboratory. State research center of Russian Federation institute for high energy physics. Moscow reg., Protvino, ploshhad' Nauki, 1.

**Andrey V. Volkov.** Cand.Tech.Sci., associate professor. Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Gennadiy G. Volkov.** Doctor of physico-mathematical science, professor. Leading researcher. Petersburg nuclear physics institute name of B.P. Konstantinov. Leningrad reg., Gatchina, Orlova Roscha.

**Irina A. Yakimova.** Lecturer. The Branch of the Military Academy of the Strategic Missile Forces. Moscow reg., Serpukhov, Brigadnaya st., 17.

**Alexander V. Zaitsev.** Dr.Sci.Tech., professor. Moscow Aviation Institute (National Research University). Moscow, Volokolamskoye h., 4.

## ТРЕБОВАНИЯ К АВТОРАМ СТАТЕЙ

Для публикации принимаются статьи на русском языке. Рекомендуемый объем статьи – 0,2–0,4 п.л. (8000–16000 знаков).

**Тексты** должны быть представлены:

○ в электронном виде (Word 2003). Иллюстративный материал (сложные формулы, рисунки, фотографии и т.д.) кроме размещения в тексте обязательно должны предоставляться отдельными файлами!

○ на бумажном носителе формата А4.

**Текст статьи** должен быть набран через 1,5 интервала (гарнитура «Times New Roman»), кегль 14.

**Простые символы и формулы не набирать в математическом редакторе!**

Напечатанный текст должен иметь поля: верхнее и левое – 2,5 см, правое и нижнее – 2 см.

Вверху первой страницы статьи размещаются:

○ рубрика журнала (см. Приложение 1);

○ УДК;

○ название статьи с переводом на английский язык;

○ имя, отчество, фамилия автора (авторов), ученая степень, ученое звание, должность и место работы.

**Список литературы (Литература)** размещается в конце статьи.

После литературы помещаются:

○ список ключевых слов, краткая аннотация (на русском и английском языках).

Завершает рукопись полная информация об авторе (авторах):

○ ФИО;

○ ученая степень, ученое звание, должность и место работы с переводом на английский язык;

○ адрес места работы, контактные телефоны, электронный адрес (по желанию автора – домашний адрес и телефон).

**Обращаем особое внимание на:**

○ точность и правильность библиографического оформления списка литературы (в соответствии с ГОСТ Р 7.0.5-2008);

○ выверенность статьи в компьютерном наборе;

○ полное соответствие файла на электронном носителе (диске, дискете) и бумажного варианта.

Редакционная коллегия оставляет за собой право на редактирование статей, при этом с точки зрения научного содержания авторский вариант сохраняется.

Статьи, не принятые к публикации, не возвращаются.

Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается!

### Приложение 1

#### РУБРИКАЦИЯ ЖУРНАЛА

«Известия Института инженерной физики»

#### Постоянные рубрики

- **Приборостроение, метрология и информационно-измерительные приборы и системы.**
- **Радиотехника и связь.**
- **Информатика, вычислительная техника и управление.**

#### Разовые рубрики

- **Техника специального назначения.**
- **Инновационные проекты.**
- **Техническое регулирование.**
- **Профессиональное образование.**
- **Искусственный интеллект и робототехника.**
- **Медицина и фармацевтика.**
- **Научные обзоры. Научные рецензии. Отзывы.**

В соответствии с Решением Межведомственной комиссии РФ по защите государственной тайны №69 от 26 февраля 2001 г., требованиями законов №5485-1 «О государственной тайне» от 21 июля 1993 г., №149-ФЗ «Об информации, информационных технологиях и защите информации» от 27 июля 2006 г. статьи для публикации принимаются только при наличии экспертного заключения с разрешением на открытое опубликование.



## CONTENTS

### INSTRUMENT MAKING, METROLOGY AND INFORMATION-MEASURING DEVICES AND SYSTEMS

**N.M. Emelin.** Analysis and synthesis of support systems of reliability of information management systems (the Markov approach) ..... 3

**A.V. Zaitsev, S.V. Kanushkin, A.V. Volkov, Toe Vay Tun, A.S. Butranov.** Development of algorithms of optimization of stabilization systems by the method of analytical design of aggregated regulators..... 10

**B.F. Bezrodny, D.V. Smirnov, S.A. Mayorov.** Assessment of the probability of errors in rejection of electronic components when import substitution..... 13

### RADIO ENGINEERING AND COMMUNICATIONS

**M.Y. Popov.** The mechanism of the speed control of message transfer as the approach to decrease in guaranteed time of finishing in the unilateral circular radio network of the notification..... 19

**V.A. Tsimbal, A.K. Bernyukov, T.A. Isaeva, I.A. Yakimova, E.A. Shutochkin, M.S. Kovaliov, S.V. Riabtsev.** Assessment of timeliness of delivery of a lot of packet messages to TCP-connection VPN MPLS-network ..... 25

**D.A. Koval'kov.** Method of modelling of self-similar processes in telecommunication systems ..... 31

**D.V. Smirnov, S.S. Chaykov, S.A. Bekreniov.** Finding the optimal parameters of the frame synchronization subsystem with time division multiplexing and NLS-FM clock signals in the VHF range radio network with mobile objects ..... 36

**E.N. Kosiakov, N.V. Selezenev, D.R. Utkin.** The algorithm of calculation of parameters of functioning of communication networks of special purpose in the service of non-stationary traffic by the delay in the management..... 41

### INFORMATION, COMPUTING AND MANAGEMENT

**A.A. Pavlov, I.V. Robert, A.N. Tsar'kov, S.N. Riagin, D.E. Sorokin, D.D. Ivanov, D.S. Kudriavtsev, A.S. Butranov.** Analysis of the effectiveness of test-error correction code of random access memory ..... 47

**E.O. Karpukhin.** The effectiveness of countering threats to the security of information processes by using different methods of cross-layer optimization, and advanced architecture of the protocol stack..... 58

**Y.L. Shikolenko, D.G. Lapin, A.N. Antonovich, I.S. Ovchinnikov, A.A. Petrushin, D.A. Kozhuryakin.** Electro mechanisms of failure cells of flash-memory..... 64

**G.G. Volkov, S.V. Smurov, N.S. Kukin, A.R. Muradova, I.O. Glotova.** Mathematical problems of expansion based on quantum theories..... 71

**O.P. Kuznetsov, A.A. Korobkov, A.I. Alatortsev, A.N. Furrov.** Methodical approach to automate the process of obtaining adequate assessments of the survivability of a hypersonic vehicle in flight ..... 85

**A.N. Vasiliev, S.V. Smurov, P.A. Semionov, N.S. Kukin, A.R. Muradova, I.O. Glotova.** Determination of basic parameters of quantum information transfer system on the basis of the interferometer..... 90

**V.G. Gribunin, D.A. Tokarev.** On the methods of error-correcting the introduction of digital watermarks into images ..... 95

### INNOVATIVE PROJECTS

**N.M. Emelin, V.O. Melikhov.** Multi-level assessment of the innovative capacity of science cities ..... 102

### SCIENTIFIC REVIEWS. SCIENTIFIC CRITIQUE. COMMENTS

**V.V. Zelenevskiy, V.A. Prasolov.** The study of noise immunity of data transmission systems at the Institute of Engineering Physics ..... 107

**Events**..... 108

**Authors** ..... 109

**Requirements to authors** ..... 110